# FUNCIÓN POTENCIA

La función de la forma f(x) = a · $x^n$, con a y n números reales y a ≠ 0 recibe el nombre de función potencia.

Ejemplos:

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 \quad g(x) = -\frac{3}{4}x^{-4} \quad h(x) = -3x^3 \quad r(x) = \frac{5}{6}x^{-5}$$

$$f(x) = -2x^{-\frac{1}{2}}$$

$$f(x) = 3x^{-\pi}$$

## Gráfico de la Función Potencia

Se analizará la función potencia para exponente pares positivos y negativos, exponentes impares positivos y negativos, para coeficientes positivos y también negativos.

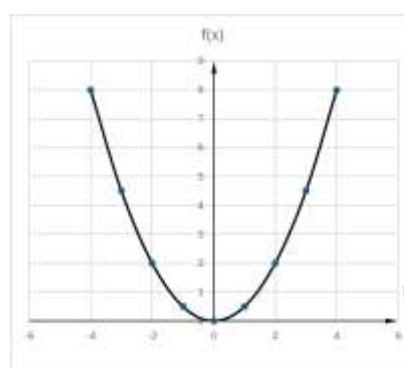
### Exponente Par Positivo

Si en la función f(x) = a · $x^n$ el exponente n es par positivo su gráfica será simétrica respecto al eje de las ordenadas.

Exponente par positivo y coeficiente positivo, en este caso las ramas de la gráfica se abren hacia arriba.

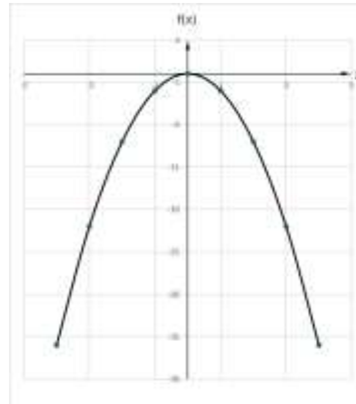
Se considerará para este caso la función f(x) = $\frac{1}{2}$ · $x^2$, su gráfica y características serán:

- Dominio: lR
- Recorrido: $lR_0^+$
- Punto Mínimo: (0,0)
- La gráfica se encuentra en el primer y segundo cuadrante.
- Decreciente: ]-∞, 0[
- Creciente: ]0, +∞[
- Convexa (ramificación hacia arriba)



Exponente par positivo y coeficiente negativo, las ramas de la gráfica se abren hacia abajo.

Se considerará para este caso la función $f(x) = -2 \cdot x^2$, su gráfica y características serán:



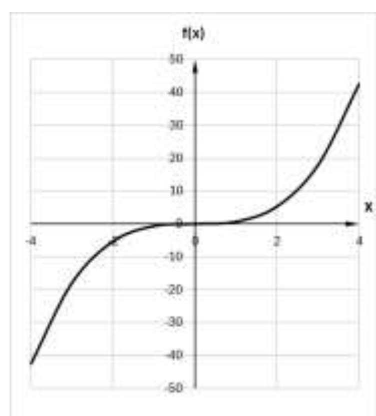

- Dominio: $\mathbb{R}$
- Recorrido: $\mathbb{R}_0^-$
- Punto Máximo: (0,0)
- La gráfica se encuentra en el tercer y cuarto cuadrante.
- Creciente: $]-\infty, 0[$
- Decreciente: $]0, +\infty[$
- Cóncava (ramificación hacia abajo)

**Exponente Impar Positivo**

Si en la función $f(x) = a \cdot x^n$ el exponente n es impar positivo su gráfica será simétrica respecto al origen del sistema cartesiano.

Exponente impar positivo y coeficiente positivo.

Se considerará para este caso la función $f(x) = \frac{2}{3} \cdot x^3$, su gráfica y características serán:

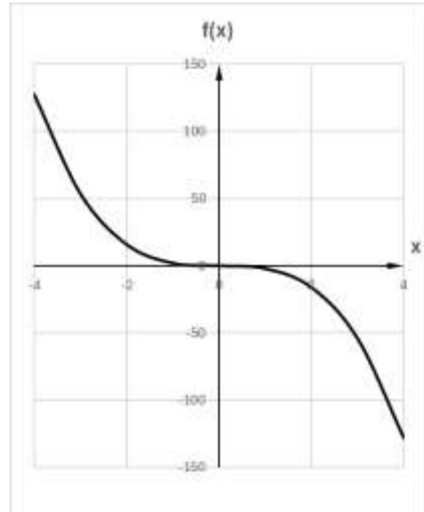



- Dominio: $\mathbb{R}$
- Recorrido: $\mathbb{R}$
- La gráfica se encuentra en el primer y tercer cuadrante.
- Creciente: $]-\infty, +\infty[$
- Punto de inflexión: (0,0)
- Cóncava: $]-\infty, 0[$
- Convexa: $]0, +\infty[$

Exponente impar positivo y coeficiente negativo.

Se considerará para este caso la función $f(x) = -2 \cdot x^3$, su gráfica y características serán:

- Dominio: IR
- Recorrido: IR
- La gráfica se encuentra en el segundo y cuarto cuadrante.
- Decreciente: $]-\infty, +\infty[$
- Punto de inflexión: (0,0)
- Cóncava: $]0, +\infty[$
- Convexa: $]-\infty, 0[$

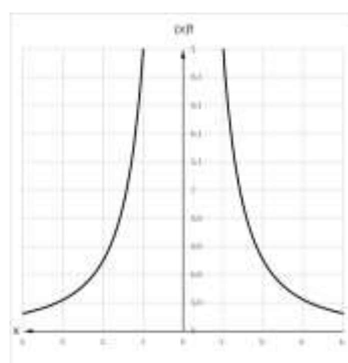



**Exponente Par Negativo**

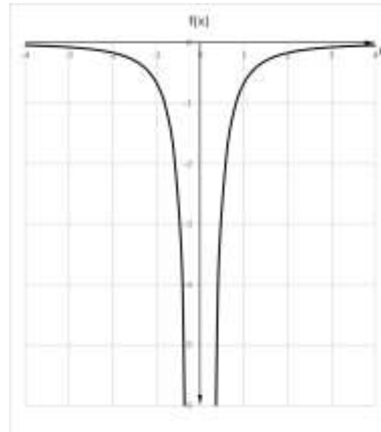
Si en la función $f(x) = a \cdot x^n$ el exponente **n** es par negativo, la gráfica de la función tendrá dos asíntotas, que son el eje x y el eje y.

Para **n** par negativo y **a** coeficiente real positivo, se considerará la función $f(x) = 2 \cdot x^{-2}$, su gráfica y características serán:

- Dominio: IR – {0}
- Recorrido: $IR^+$
- La función es creciente para los valores negativos de x.
- La función es decreciente para los valores positivos de x.
- La gráfica se encuentra en el primer y segundo cuadrante.
- Convexa: $]-\infty, 0[$ y $]0, +\infty[$



Para **n** par negativo y **a** coeficiente real negativo, se considerará la función f(x) = $-\frac{2}{3}\cdot x^{-2}$, su gráfica y características serán:

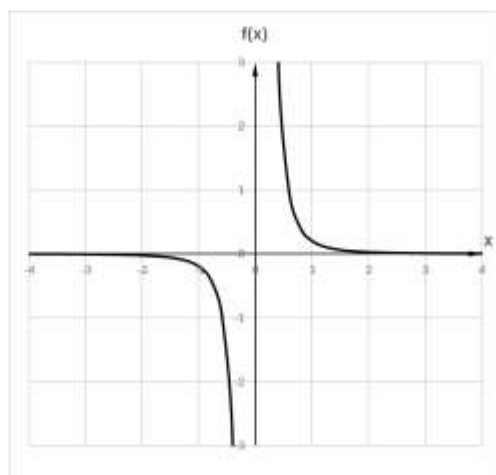



- Dominio: lR – {0}
- Recorrido: $lR^-$
- La función es creciente para los valores positivos de x.
- La función es decreciente para los valores negativos de x.
- La gráfica se encuentra en el tercer y cuarto cuadrante.
- Cóncava: ]-∞, 0[ y ]0, +∞[

**Exponente Impar Negativo**

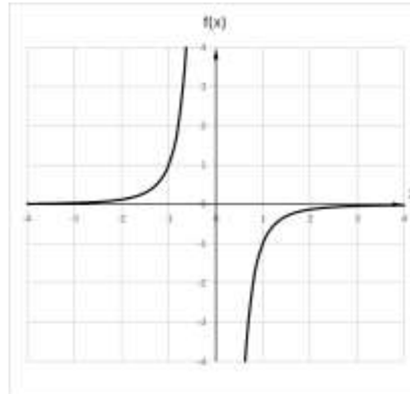
Si en la función f(x) = a · $x^n$ el exponente **n** es impar negativo, la gráfica de la función tendrá dos asíntotas, que son el eje x y el eje y.

Para **n** impar negativo y **a** coeficiente real positivo, se considerará la función f(x) = $\frac{1}{5}x^{-3}$, su gráfica y características serán:




- Dominio: lR – {0}
- Recorrido: lR – {0}
- La función es ]-∞, 0[ y ]0, +∞[
- La gráfica se encuentra en el primer y tercer cuadrante.
- Cóncava: ]-∞, 0[
- Convexa; ]0, +∞[

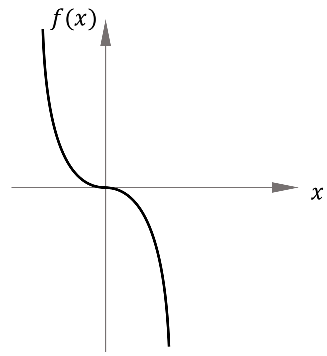
Para **n** impar negativo y **a** coeficiente real negativo, se considerará la función $f(x) = -x^{-3}$, su gráfica y características serán:




- Dominio: IR – {0}
- Recorrido: IR – {0}
- La función es creciente en ]-∞, 0[ y ]0, +∞[
- La gráfica se encuentra en el segundo y cuarto cuadrante.
- Cóncava; ]0, +∞[
- Convexa: ]-∞, 0[

## EJERCICIOS

1. En la figura adjunta se tiene la representación gráfica de una función potencia $f(x) = a \cdot x^n$.




¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera respecto a esta función?

A) a es positivo y n es negativo.
B) a es positivo y n es par.
C) a es negativo y n es impar.
D) a es igual a 1 y n es negativo.

2. ¿Cuál de las siguientes situaciones **no** se puede modelar usando una función potencia?

A) El área de un rectángulo de lado $l^4$ y cuyo ancho mide el 25% de lo que mide el largo.
B) El perímetro de un triángulo rectángulo cuya hipotenusa mide $10a^5$ y uno de sus catetos mide $8a^5$.
C) El volumen de un cilindro cuyo radio basal mide la quinta parte de lo que mide la altura.
D) El área de un cuadrado de lado $(x - 2)^3$.

3. Los gráfico I y II adjuntos son representativos del funciones del tipo $f(x) = a \cdot x^n$.

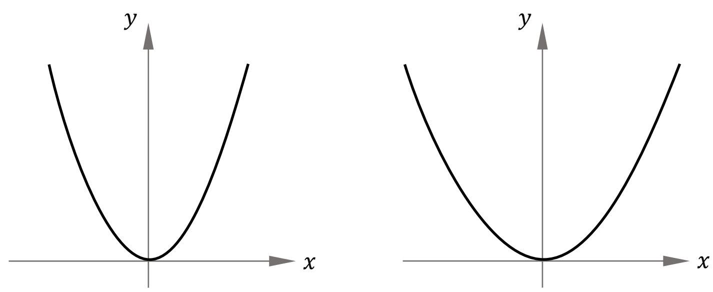



Gráfico I Gráfico II

Según la forma de estas curvas, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **siempre** verdadera?

A) En ambos gráficos, **a** tiene el mismo valor.
B) Si n es igual en ambos gráficos, entonces **a** es menor en el gráfico II.
C) En el gráfico I, **a** y **n** son menores que en gráfico II.
D) En ambos gráficos el cuadrado de a es mayor que 1.

4. Si f(x) es una función potencia definida como $f(x) = x^{\sqrt{2}}$, entonces f(4) + f(8) =

A) $2^{2\sqrt{2}(1+\sqrt{2})}$
B) $2^{5\sqrt{2}}$
C) $12 \cdot 2^{\sqrt{2}}$
D) $2^{2\sqrt{2}}(1 + 2^{\sqrt{2}})$

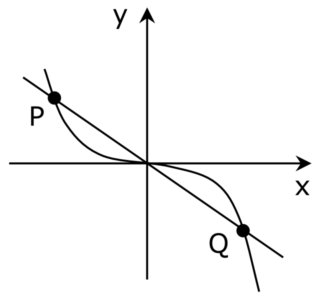
5. Si $f(x) = 2 \cdot x^{\frac{2}{3}}$, entonces f(8) =

A) 4
B) 6
C) 18
D) 8

6. Si $h(x) = -\frac{2}{5}x^4$ tiene como dominio el conjunto de los números reales, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

A) La función h tiene un eje de simetría.
B) El gráfico de la función h, es simétrico respecto al origen.
C) La función h es decreciente en todo su dominio.
D) Las ramas de la función se abren hacia arriba.

7. En la figura adjunta se representan las gráficas de las funciones $f(x) = -x$ y $g(x) = -x^3$.




Si las coordenadas de P son (m, n), ¿cuáles son las coordenadas de Q?

A) (m, n)
B) (-m, -n)
C) (n, -m)
D) (-n, -m)
E) (-m, n)

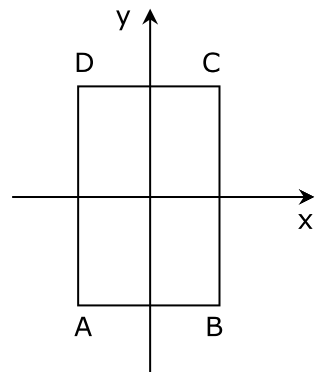
8. ¿Cuál de las siguientes funciones es simétrica con respecto al origen?

A) $f(x) = 3x^4$
B) $g(x) = -2x^6$
C) $h(x) = (x - 2)^3$
D) $t(x) = (x + 1)^5$
E) $r(x) = -4x^3$

9. Si $f(x) = -\frac{1}{3}x^3$ tiene como dominio el conjunto de los números reales, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?

A) El gráfico de la función f es simétrica respecto al eje de las ordenadas.
B) El gráfico de la función f esta en el segundo y cuarto cuadrante.
C) $f(x) = f(-x)$
D) $f(4) = -4$

10. En el rectángulo ABCD de la figura adjunta los ejes cartesianos son sus ejes de simetría.




Si A(-2, -4), ¿cuál de las siguientes funciones tienen gráficas que pasa por dos vértices de este rectángulo?

A) $f\left(x\right)=\frac{1}{2}x^3$

B) $g\left(x\right)=x^2$

C) $h(x)=-\frac{1}{2}x^3$

D) Todas las gráficas pasan por dos de los vértices del rectángulo.

11. Sean las funciones reales $f(x) = x^2$, $g(x) = x^3$ y $h(x) = x^4$, ¿cuál de las siguientes desigualdades es verdadera?

A) $f(x) < g(x) < h(x)$ para todo número real.
B) $f(x) < g(x) < h(x)$ para todo número real distinto de 0 y de 1.
C) $f(x) < g(x) < h(x)$ para todo número real positivo distinto de 1.
D) $f(x) < g(x) < h(x)$ para todo número real negativo distinto de -1.
E) $f(x) < g(x) < h(x)$ para todo número real mayor que 1.

(Fuente, DEMRE 2011)

12. Si $f(x) = 4x^2$, $g(x) = x^3$ y $h(x) = x^4$, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

I) $f(x) \neq g(x)$, para todo número real x distinto de cero.
II) $f(x) = h(x)$, para algún número real x distinto de cero.
III) $f(x) < g(x) < h(x)$, para todo número real x distinto de cero.

A) Solo I
B) Solo II
C) Solo III
D) Solo I y II
E) Solo II y III

(Fuente, DEMRE 2009)

13. Dadas las funciones $f(x) = x^2$, $g(x) = \frac{1}{3}x^2$ y $h(x) = 3x^2$, ¿cuál de las siguientes opciones es correcta?

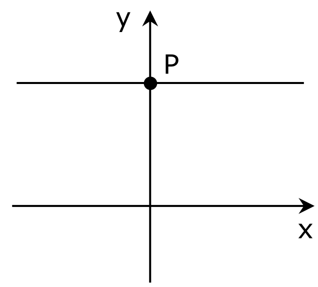
A) $f\left(\frac{1}{3}\right) < g\left(\frac{1}{3}\right) < h\left(\frac{1}{3}\right)$
B) $g\left(\frac{1}{3}\right) < f\left(\frac{1}{3}\right) < h\left(\frac{1}{3}\right)$
C) $f\left(\frac{1}{3}\right) < h\left(\frac{1}{3}\right) < g\left(\frac{1}{3}\right)$
D) $g\left(\frac{1}{3}\right) < h\left(\frac{1}{3}\right) < f\left(\frac{1}{3}\right)$
E) $f\left(\frac{1}{3}\right) < g\left(\frac{1}{3}\right) = h\left(\frac{1}{3}\right)$

(Fuente, DEMRE 2010)

14. La función potencia $f(x) = x^n$ se traslada verticalmente hacia abajo 2 unidades, resultando la función g(x), en esta nueva función, la imagen de 2 es 30, entonces $n^2 + 3 =$

A) g(2)
B) g(2) + 2
C) g(2) – 2
D) g(2) + 5

15. En la figura adjunta se muestra la recta representativa de la función $y = 3$.




¿La gráfica de cuál de las siguientes funciones corta a la recta a mayor distancia del punto P?

A) $y = -x^4$
B) $y = x^4$
C) $y = \frac{1}{4}x^4$
D) $y = -4x^4$

16. Si $g(x) = x^3$, entonces $\frac{g(p) + g(q)}{p + q}$, con $p \neq -q$, es

A) $p^2 + q^2$
B) $p^2 - pq + q^2$
C) $p^2 - q^2$
D) $(p + q)^2$
E) $p^2 + pq + q^2$

17. Si $f(x) = \sqrt[5]{x^2}$ y $g(x) = \sqrt[5]{x^3}$, ¿cuál de las siguientes funciones resultante de la operación indicada, no corresponde a una función potencia?

A) $f(x) \cdot g(x)$
B) $f(x) + g(x)$
C) $\frac{f(x)}{g(x)}$
D) $\left[f(x)\right]^{-1} \cdot g(x)$

18. La gráfica de la función potencia $f(x) = a \cdot x^n$ se encuentra en el cuadrante III y el cuadrante IV, entonces en relación al coeficiente a y al exponente n, se cumple

A) $a > 0$ y n impar negativo.
B) $a < 0$ y n impar positivo.
C) $a > 0$ y n par positivo.
D) $a < 0$ y n par negativo.

19. La gráfica de la función potencia $f(x) = a \cdot x^n$ se encuentra en el cuadrante I y III, si:

(1) $a = 2$
(2) $n = -3$

A) (1) por sí sola
B) (2) por sí sola
C) Ambas juntas, (1) y (2)
D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
E) Se requiere información adicional

20. Se puede determinar que la función $f(x) = a \cdot x^n$, cuyo dominio es el conjunto de los números reales, es creciente, si se sabe que:

(1) n es un impar mayor que uno.
(2) a es un número real positivo.

A) (1) por sí sola
B) (2) por sí sola
C) Ambas juntas, (1) y (2)
D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
E) Se requiere información adicional