

1. $-(2^3 - 4^2) - 2^2 =$

$$-(8 - 16) - 4 = -8 + 16 - 4 = 4$$

- A) -12
B) -4
C) 2
D) 4

2. Si $a = -3$ y $b = -2$, entonces la expresión $Z = (a^2 - b^3) \cdot (a - b^2)$, equivale a

- A) -119
B) -1
C) 1
D) 17

$$Z = ((-3)^2 - (-2)^3) \cdot (-3 - (-2)^2)$$

$$Z = (9 + 8) \cdot (-3 - 4) = 17 \cdot (-7) = -119$$

3. ¿Cuánto es un tercio del recíproco de 81^{-1} ?

$$\frac{1}{81^{-1}} = 81$$

- A) 3^{-3}
B) 3^{-2}
C) 3^2
D) 3^3

$$\frac{1}{3} \cdot 81 = 27 = 3^3$$

4. Si $x > 0$, entonces $((5^{-1}x^3)^2)^{-1}$ es igual a

- A) $\frac{1}{25} \cdot x^{-6}$
B) $\frac{1}{5} \cdot x^4$
C) $25 \cdot x^{-6}$
D) $25 \cdot x^6$

$$(5^{-1} \cdot x^3)^{-2} = 5^2 \cdot x^{-6} = 25 \cdot x^{-6}$$

5.
$$\frac{\left(\frac{2}{3}\right)^{3a}}{\left(\frac{3}{2}\right)^{2a} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{-a}} = \frac{\left(\frac{3}{2}\right)^{-3a}}{\left(\frac{3}{2}\right)^a} = \left(\frac{3}{2}\right)^{-4a} = \left(\frac{2}{3}\right)^{4a}$$

- A) 1
 B) $\left(\frac{2}{3}\right)^{4a}$
 C) $\left(\frac{3}{2}\right)^{4a}$
 D) $\left(\frac{2}{3}\right)^{6a}$

6. ¿Cuál de las siguientes expresiones es siempre igual a $(w^{a-2b+1})^3$, con $w \neq 0$?

A) $w^{a^3-8b^3+3}$
 B) $\frac{w^{3a+3}}{w^{6b}}$
 C) w^{-6ab}
 D) w^{3a-8b^3+3}

$$w^{3a-6b+3} = w^{3a+3} \cdot w^{-6b} = \frac{w^{3a+3}}{w^{6b}}$$

7. $3^{x-1} \cdot 3^{2x+5} : 3^{2-x} =$

A) 3^{x-1}
 B) 9^{x-1}
 C) 3^{2x+1}
 D) 9^{2x+1}

$$\frac{3^{3x+4}}{3^{2-x}} = 3^{4x+2} = 3^{2(2x+1)} = 9^{2x+1}$$

8. $(9^n + 9^n + 9^n)(3^{n+2})^{-1} = 3 \cdot 9^n \cdot 3^{-n-2} = 3 \cdot 3^{2n} \cdot 3^{-n-2} = 3^{n-1}$

- A) 3^{n-1}
 B) 6^{6n^2-n-2}
 C) 3^{5n-2}
 D) 3^{2n-2}
- $\rightarrow 9^n = 3^{2n}$

9. Si $3^m = p$ y $8^b = q$, con m y b números enteros, ¿cuál de las siguientes expresiones es igual a $(3^{m+1} \cdot 8^{b+1})^{-1}$?

A) $\frac{1}{pq + 1}$
 B) $\frac{1}{24pq}$
 C) $24pq$
 D) $-24pq$
 E) $-(pq + 2)$

① $p = 3^m / \cdot 3$
 $3p = 3^{m+1}$
 ② $q = 8^b / \cdot 8$
 $8q = 8^{b+1}$
 ③ $(3^{m+1} \cdot 8^{b+1})^{-1} = (3p \cdot 8q)^{-1} = \frac{1}{24pq}$

(Fuente, DEMRE 2020)

10. Si $3^{2x+5} = 3^{-3(2-x)}$, entonces x es igual a

A) -11
 B) -10
 C) 9
 D) 11

$2x + 5 = -6 + 3x$
 $x = 11$

11. El valor de x en la ecuación $3^{3-x} = \frac{9}{3^{-2}}$ es

A) -7
 B) -1
 C) 1
 D) 3

$3^{3-x} = 3^4 \Rightarrow 3-x = 4 \Rightarrow x = -1$

12. Si $27^{2x-2} = 81^{x+5}$, entonces $2x$ es igual a

A) 8
 B) 13
 C) 16
 D) 26

$27 = 3^3$; $81 = 3^4$
 $(3^3)^{2x-2} = (3^4)^{x+5} \Rightarrow 6x - 6 = 4x + 20$
 $x = 13$
 $2x = 26$

13. Si $6^{x+3} : 6^{5-x} = 1$, entonces $2x + 3$ es igual a

- A) 0
B) 1
☒ C) 5
D) 8

$$6^{2x-2} = 6^0 \Rightarrow 2x-2=0 \Rightarrow 2x=2 \quad /+3$$

$$2x+3=5$$

14. En la ecuación $5^{x+2} \cdot 0,2^{2x+5} \cdot 25^{3-x} = 1$, entonces $x + 2$ es igual a

- A) 1
B) 2
☒ C) 3
D) 4

$$5^{x+2} \cdot 5^{-2x-5} \cdot 5^{6-2x} = 5^0$$

$$\Rightarrow x+2-2x-5+6-2x=0$$

$$-3x+3=0 \Rightarrow x=1 \Rightarrow x+2=1+2=3$$

$$0,2 = 5^{-1}$$

$$25 = 5^2$$

15. Si $(3+a)^{2x} = (a^2+6a+9)^{0,75}$, con a distinto de -2 y $a > -3$, entonces $4x + 1$ equivale a

- A) $\frac{3}{8}$
B) $\frac{3}{4}$
C) $\frac{3}{2}$
☒ D) 4

$$(a+3)^{2x} = \left[(a+3)^2\right]^{\frac{3}{4}} \Rightarrow 2x = \frac{3}{2}$$

$$\text{Entonces: } 4x+1 = 3+1 = 4$$

16. El valor de x en la ecuación $2^{x-1} + 2^{x-2} = 6$ es

- A) 0
B) -1
C) 2
☒ D) 3

$$2^{x-2}(2+1) = 2 \cdot 3$$

$$2^{x-2} = 2 \Rightarrow x-2=1$$

$$x=3$$

17. Si $5^a - 5^{-a} = C$, entonces $25^a + 25^{-a} =$

- A) $C^2 + a$
B) $C^2 - 1$
☒ C) $C^2 + 2$
D) $C^2 + 1$

$$C = 5^a - 5^{-a} \quad /()^2$$

$$C^2 = 25^a - 2 \cdot 5^a \cdot 5^{-a} + 25^{-a}$$

Entonces:

$$25^a + 25^{-a} = C^2 + 2$$

18. El día 28 de diciembre de 2002 el precio de una casa era de \$12.525.000. Si se estima que el precio de la vivienda aumentará a una tasa de 10% cada año durante los siguientes 20 años, ¿qué precio tendrá esta casa el 28 de diciembre de 2022?

- A) \$ 12.525.000 $(1,01)^{20}$
 B) \$ 12.525.000 $(0,1)^{20}$
 C) \$ 12.525.000 $(1,1)^{20}$
 D) \$ 12.525.000 $\cdot 20 \cdot 0,1$

$$\text{Año 1} \Rightarrow 12.525.000 + 12.525.000 \cdot 0,1$$

$$= 12.525.000 \cdot 1,1$$

$0,1 = 10\%$

$$\text{Año 2} \Rightarrow 12.525.000 \cdot 1,1 + 12.525.000 \cdot 1,1 \cdot 0,1$$

$$= 12.525.000 \cdot (1,1)^2$$

$$\text{Año 20} \Rightarrow 12.525.000 \cdot (1,1)^{20}$$

19. La "alometría" entre otros objetivos de investigación, estudia la relación entre medidas de diferentes partes del cuerpo humano. Por ejemplo, según la alometría, el área A de la superficie corporal de una persona se relaciona con su masa m mediante la fórmula

$$A = k \cdot m^{\frac{2}{3}}, \text{ en que } k \text{ es una constante positiva.}$$

Si en el período que va desde la infancia hasta la mayoría de edad de un individuo, su masa resulta multiplicada por 8, entonces el área de la superficie corporal

A) queda multiplicada por $\sqrt[3]{16}$.

B) resulta multiplicada por 8.

C) aumenta 16 veces.

D) se cuadruplica.

$$A_0 = K \cdot (8 \cdot m)^{\frac{2}{3}} = K \cdot m^{\frac{2}{3}} \cdot \underbrace{8^{\frac{2}{3}}}_{\sqrt[3]{8^2} = 4}$$

$$\Rightarrow A_0 = 4A$$

20. La presión que ejerce la masa de aire sobre un cuerpo, a nivel del mar, es de 1 atm (atmósfera). Si cada un metro sobre el nivel del mar esa presión disminuye en un 10%, es decir, si la altitud es 0 m (nivel del mar) la presión es de 1 atm, si la altitud es de 1 m la presión es de 0,9 atm, y así sucesivamente, ¿cuál de las siguientes es la expresión que representa la variación de la presión P, respecto de la altura x, en metros?

A) $\left(x - \frac{1}{10}\right)^x$

B) $\left(1 - \frac{1}{10}\right)^x$

C) $\left(1 - \frac{x}{10}\right)^x$

D) $\left(1 + \frac{1}{10}\right)^x$

$$P_{0m} = 1$$

$$P_{1m} = 1 - \frac{1}{10}$$

$$P_{2m} = \left(1 - \frac{1}{10}\right) - \frac{1}{10} \left(1 - \frac{1}{10}\right) = \left(1 - \frac{1}{10}\right) \left(1 - \frac{1}{10}\right)$$

$$\Rightarrow P_{2m} = \left(1 - \frac{1}{10}\right)^2$$

Entonces:

$$P_{xm} = \left(1 - \frac{1}{10}\right)^x$$

21. El Pudú chileno se está extinguiendo de acuerdo a la ecuación $90 \cdot 0,5^x$; siendo x el tiempo en décadas. ¿Cuál es el número de Pudú que quedará al cabo de 45 años?

4,5 décadas

- A) $90 \cdot 0,5^{45}$
 B) $90 \cdot 0,5^{-4,5}$
 C) $90 \cdot 0,5^{4,5}$
 D) $45 \cdot 0,5^2$

Entonces:

$$f(4,5) = 90 \cdot 0,5^{4,5}$$

22. Se tiene un círculo de área 64 cm^2 . Si el radio del círculo se duplica cada 2 minutos, entonces el área del círculo obtenido a los 50 minutos será

$$A'_{\text{rea}} = \pi \cdot r^2 = 64 \text{ cm}^2$$

- A) $2^{25} \cdot 64 \text{ cm}^2$
 B) $2 \cdot 64 \cdot 50 \text{ cm}^2$
 C) $2 \cdot 64 \cdot 25 \text{ cm}^2$
 D) $2^{50} \cdot 64 \text{ cm}^2$
 E) $64 \cdot 25 \text{ cm}^2$

Tiempo

2 min

4 min

6 min

⋮

50 min

Área

$$\pi(2r)^2 = \pi \cdot r^2 \cdot 2^2$$

$$\pi \cdot (2 \cdot 2r)^2 = \pi r^2 \cdot 2^4$$

$$\pi \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2r)^2 = \pi \cdot r^2 \cdot 2^6$$

$$\underbrace{\pi \cdot r^2}_{64} \cdot 2^{50} = 64 \cdot 2^{50} \quad (\text{Fuente, DEMRE 2017})$$

23. La evolución del número de bacterias en determinado cultivo, en horas está regido por la ecuación $10.000 \cdot b^t$. Si se sabe que a las tres horas había $8 \cdot 10^4$, entonces ¿cuántas bacterias habrá transcurridas dos horas?

- A) 40.000 bacterias
 B) 20.000 bacterias
 C) 18.000 bacterias
 D) 32.000 bacterias

$$t=3 \Rightarrow 10.000 \cdot b^3 = 8 \cdot 10.000$$

$$b^3 = 8 \Rightarrow b = 2$$

$$\text{Entonces, cuando } t=2 \Rightarrow 10.000 \cdot 2^2 = 40.000 \text{ bacterias}$$

24. La ecuación $60 \cdot 2^{-0,02x}$ modela la concentración de elemento radioactivo en (x) horas. ¿Cuál será la concentración de este elemento radioactivo al cabo de 6.000 minutos?

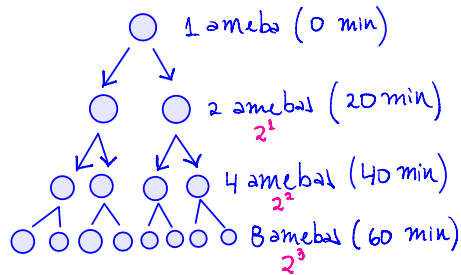
- A) 15
 B) 30
 C) 45
 D) 60

$$6000 \text{ minutos} = 100 \text{ horas}$$

$$\Rightarrow f(100) = 60 \cdot 2^{-0,02 \cdot 100} = 60 \cdot 2^{-2} = \frac{60}{4} = 15$$

25. Las amebas son organismos unicelulares que se reproducen por bipartición. Si consideramos las condiciones óptimas para su cultivo y sabiendo que se reproducen cada 20 minutos, ¿cuántas amebas habrá al cabo de 5 horas, considerando que al comienzo había dos amebas?

- A) $2 \cdot 2^4$
 B) $2 \cdot 2^{10}$
 C) $2 \cdot 2^{15}$
 D) $2 \cdot 2^{16}$



En 1 hora hay 3 ciclos de 20 min
 En 5 horas hay 15 ciclos de 20 min

Para una ameba en 5 horas genera 2^{15} amebas.

Entonces, dos amebas:

$$2 \cdot 2^{15} \text{ amebas}$$

RESPUESTAS

1.	D	6.	B	11.	B	16.	D	21.	C
2.	A	7.	D	12.	D	17.	C	22.	D
3.	D	8.	A	13.	C	18.	C	23.	A
4.	C	9.	B	14.	C	19.	D	24.	A
5.	B	10.	D	15.	D	20.	B	25.	C