

1. La fracción $\frac{-7a^3b^{-2}}{21a^{-5}b^3}$, con a y b distintos de cero, es igual a

- A) $\frac{-3a^8}{b^5}$
- B) $\frac{-3}{a^2b^5}$
- C) $\frac{3a^2}{b^5}$
- D) $-\frac{a^8}{3b^5}$

$$\begin{aligned} \frac{-7a^3b^{-2}}{21a^{-5}b^3} &= \frac{-1}{3} a^{3-(-5)} \cdot b^{-2-3} \\ &= \frac{-1}{3} a^8 b^{-5} \\ &= \frac{-1a^8}{3b^5} = -\frac{a^8}{3b^5} // \end{aligned}$$

2. La fracción $\frac{-12q + 12p}{3p - 3q}$, con $p \neq q$, es igual a

- A) 4
- B) $-\frac{1}{4}$
- C) -4
- D) $\frac{-4q + 4p}{p - 3}$

$$\begin{aligned} \frac{-12q + 12p}{3p - 3q} &= \frac{12p - 12q}{3p - 3q} \\ &= \frac{12(p - q)}{3(p - q)} = \frac{12}{3} = 4 // \end{aligned}$$

3. La fracción $\frac{x^2 + 7x - 18}{x^2 + 2x - 63}$, con $x^2 + 2x - 63 \neq 0$, es igual a

- A) $\frac{x + 2}{x - 7}$
- B) $\frac{x - 2}{x + 7}$
- C) $\frac{x - 2}{x - 7}$
- D) -x

$$\begin{aligned} \frac{x^2 + 7x - 18}{x^2 + 2x - 63} &= \frac{(x+9)(x-2)}{(x+9)(x-7)} \\ &= \frac{x-2}{x-7} // \end{aligned}$$

4. Si $\frac{m}{n} + 1 = 0$, $m \neq 0$, $n \neq 0$ y $|m| \neq |n|$, entonces $\frac{m^3 + n^3}{m^2 + n^2} = \frac{\overbrace{(m+n)}^0 (m^2 - mn + n^2)}{m^2 + n^2} = 0$
- $\frac{m+n}{n} = 0$
 $m+n=0$
- A) -1
 B) 0
 C) 1
 D) $m + n$

5. Si $n \neq \pm 1$, ¿cuál de las siguientes expresiones equivale a $\frac{n}{n^2 - 1} - \frac{1}{n + 1}$?

- A) $\frac{2n - 1}{n^2 - 1}$
 B) $\frac{2n + 1}{n^2 + 1}$
 C) $\frac{1}{n^2 - 1}$
 D) $\frac{1}{n + 1}$
- $\frac{n - (n-1)}{n^2 - 1} = \frac{1}{n^2 - 1}$

6. La fracción $\frac{5t^2 + 3t - 2}{2 - 5t}$, con $t \neq \frac{2}{5}$, es igual a

- A) $-t + 1$
 B) $-t - 1$
 C) $1 + 3t$
 D) $t + 1$
- Factorizando: $5t^2 + 3t - 2 \div \frac{5}{5} \rightarrow (5t^2 + 3t - 10) = (5t + 5)(5t - 2)$
- $\frac{(5t + 5)(5t - 2)}{5 \cdot (2 - 5t)} = \frac{(5t + 5) \cdot (-1)}{5 \cdot (2 - 5t)} = \frac{(5t + 5) \cdot (-1)}{5 \cdot (-1) \cdot (5t - 2)} = \frac{5t - 2}{2 - 5t} = -1$
- $\frac{(5t + 5) \cdot (-1)}{5} = \frac{5(t+1) \cdot (-1)}{5} = -t - 1 //$

7. La fracción $\frac{a^2 - a - 12}{16 - a^2}$, con $a \neq \pm 4$, es igual a

- A) $\frac{a + 3}{-4 + a}$
 B) $\frac{a + 3}{4 - a}$
 C) $\frac{a + 3}{4 + a}$
 D) $\frac{-3 - a}{4 + a}$
- $\frac{a^2 - a - 12}{16 - a^2} = \frac{(a - 4)(a + 3)}{(4 - a)(4 + a)} = \frac{-1 \cdot (a + 3)}{4 + a} = \frac{-a - 3}{4 + a} //$
- $16 - a^2 = 4^2 - a^2 = (4 + a)(4 - a)$
- $\frac{a - 4}{4 - a} = -1$

8. Si $x \neq 7$, entonces la expresión $\frac{x+8}{x-7} : \frac{6}{3x-21}$ es igual a

- A) $\frac{x+8}{6}$
- B) $\frac{x+4}{3}$
- C) $\frac{x+4}{2}$
- D) $\frac{x+8}{2}$

$$\begin{aligned} \frac{x+8}{x-7} : \frac{6}{3x-21} &= \frac{x+8}{x-7} \cdot \frac{3x-21}{6} \\ &= \frac{x+8}{\cancel{x-7}} \cdot \frac{3\cancel{(x-7)}}{6_2} = \frac{x+8}{2} // \end{aligned}$$

9. Si x e y son distintos de cero, entonces la expresión $\frac{y}{x} - \frac{x}{y}$ es igual a

- A) $-\frac{x^2 - y^2}{xy}$
- B) -1
- C) $\frac{2y - 2x}{xy}$
- D) $\frac{x^2 - y^2}{xy}$

$$\begin{aligned} \frac{y}{x} - \frac{x}{y} &= \frac{y \cdot y}{x \cdot y} - \frac{x \cdot x}{y \cdot x} \\ &= \frac{y^2}{xy} - \frac{x^2}{xy} \\ &= \frac{y^2 - x^2}{xy} = \frac{-(x^2 - y^2)}{xy} \\ &= -\frac{x^2 - y^2}{xy} \end{aligned}$$

10. Pedro debe guardar un total de $x^3 + 8$ libros de una enciclopedia en cajas y cada una de éstas tiene una capacidad para $4 - x^2$ libros. Si $x \neq \pm 2$, ¿cuál es la expresión que representa el número de cajas mínimas que necesita Pedro?

- A) $x^2 - 2$
- B) $\frac{x^2 - 2x + 4}{2 - x}$
- C) $\frac{x - 2}{x + 2}$
- D) $x - 2$

$$\# \text{ cajas} = \frac{x^3 + 8}{4 - x^2} = \frac{x^3 + 2^3}{2^2 - x^2} = \frac{(x+2)(x^2 - 2x + 4)}{(2+x)(2-x)}$$

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

$$= \frac{x^2 - 2x + 4}{2 - x} //$$

11. Si $x \neq \pm y$, entonces la expresión $\frac{x+y}{x-y} - \frac{x-y}{x+y}$ es igual a

A) 0
 B) $\frac{4xy}{y^2 - x^2}$
 C) $\frac{4xy}{x^2 - y^2}$
 D) $\frac{2y^2}{x^2 - y^2}$

$$\begin{aligned} \frac{x+y}{x-y} - \frac{x-y}{x+y} &= \frac{(x+y)(x+y)}{(x-y)(x+y)} - \frac{(x-y)(x-y)}{(x+y)(x-y)} = \frac{(x+y)^2 - (x-y)^2}{x^2 - y^2} \\ &= \frac{x^2 + 2xy + y^2 - (x^2 - 2xy + y^2)}{x^2 - y^2} \\ &= \frac{\cancel{x^2} + 2xy + \cancel{y^2} - \cancel{x^2} + 2xy - \cancel{y^2}}{x^2 - y^2} \\ &= \frac{4xy}{x^2 - y^2} \end{aligned}$$

12. Al simplificar la fracción $\frac{x^2 - 4x + 16}{x^3 + 64}$, con $x^3 + 64 \neq 0$, resulta

A) $x + 4$
 B) $x - 1$
 C) $\frac{x}{x + 4}$
 D) $\frac{1}{x + 4}$

$$\frac{x^2 - 4x + 16}{x^3 + 64} = \frac{x^2 - 4x + 16}{x^3 + 4^3} = \frac{\cancel{(x^2 - 4x + 16)}}{(x+4)(\cancel{x^2 - 4x + 16})} = \frac{1}{x+4} //$$

$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$

13. Si $a \neq 0$, entonces $\frac{\frac{a-b}{a} - \frac{a+b}{a}}{\frac{1}{2a}}$ es igual a

A) $-4ab$
 B) $-4b$
 C) $2b$
 D) $-2b$

$$\begin{aligned} \frac{\frac{a-b}{a} - \frac{a+b}{a}}{\frac{1}{2a}} &= \frac{\frac{a-b-(a+b)}{a}}{\frac{1}{2a}} = \frac{\frac{a-b-a-b}{a}}{\frac{1}{2a}} \cdot 2a \\ &= \frac{-2b}{a} \cdot 2a \\ &= -4b // \end{aligned}$$

14. La fracción $\frac{m^3 - t^3}{t^2 - m^2}$, con $t^2 \neq m^2$, es igual a

A) $\frac{m^2 + mt + t^2}{t + m}$
 B) $\frac{m^2 - mt - t^2}{t + m}$
 C) $\frac{m^2 + mt + t^2}{-t - m}$
 D) $m - t$

$$\begin{aligned} \frac{m^3 - t^3}{t^2 - m^2} &= \frac{(m-t)(m^2 + mt + t^2)}{(t-m)(t+m)} \\ &= \frac{m-t}{t-m} \cdot \frac{m^2 + mt + t^2}{t+m} \\ &= \frac{m-t}{t-m} = -1 \\ &= \frac{m^2 + mt + t^2}{-(t+m)} \\ &= \frac{m^2 + mt + t^2}{-t - m} // \end{aligned}$$

15. Si a , b y $a^2 - 5a + 6$ son distintos de cero, entonces $\frac{2a-6}{3a^2b} : \frac{a^2-5a+6}{6ab}$ es igual a

(A) $\frac{4}{a^2-2a}$
 B) $\frac{4ab}{a-2}$
 C) $\frac{4}{2a-a^2}$
 D) $\frac{2a-2}{a^2-5a}$

$$\frac{2a-6}{3a^2b} : \frac{a^2-5a+6}{6ab}$$

$$= \frac{2a-6}{3a^2b} \cdot \frac{6ab}{a^2-5a+6}$$

$$= \frac{2(a-3)}{\cancel{3a^2b}} \cdot \frac{\cancel{6}ab}{(a-3)(a-2)} = \frac{4}{a(a-2)} = \frac{4}{a^2-2a} //$$

16. Dada la fracción $\frac{m+t}{mt}$, con $m > 0$ y $t > 0$, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) **siempre** verdadera(s)?

- I) Si a m y a t se le agrega 1, entonces la fracción aumenta en 2. **No**
 II) Si el numerador de la fracción se duplica y su denominador se divide por 2, **No** entonces la fracción queda igual.
 III) Si el denominador de la fracción se divide por 3, entonces la fracción se **Si** triplica.

A) Solo I
 B) Solo II
 (C) Solo III
 D) Solo I y II
 E) Solo II y III

$$\text{I) } \frac{m+t}{mt} \rightarrow \frac{m+1+t+1}{(m+1)(t+1)} = \frac{m+t+2}{mt+m+t+1} \neq \frac{m+t}{mt} + 2$$

$$\text{II) } \frac{m+t}{mt} \rightarrow \frac{2 \cdot (m+t)}{\frac{mt}{2}} = \frac{4 \cdot (m+t)}{mt} \neq \frac{m+t}{mt}$$

$$\text{III) } \frac{m+t}{mt} \rightarrow \frac{m+t}{\frac{mt}{3}} = 3 \cdot \frac{m+t}{mt}$$

(Fuente, DEMRE 2011)

17. Sean a , b y p números reales, tales que $a > b$ y $p = \frac{a^2-b^2}{a^2-2ab+b^2}$. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es **siempre** verdadera?

A) $p = 1$
 (B) Si $b < 0$, entonces $p < 1$.
 C) $p > 1$
 D) Si $b > 0$, entonces $p < 1$.
 E) $p = 0$

$$p = \frac{a^2-b^2}{a^2-2ab+b^2} = \frac{(a-b)(a+b)}{(a-b)(a-b)} = \frac{a+b}{a-b}$$

- Si $a=2$ y $b=1 \rightarrow p=3$, entonces A), D) y E) **no** son siempre verdaderas
- Si $b < 0$, el numerador de p es **menor** que su denominador, luego $p < 1$

(Fuente, DEMRE 2015)

18. Si x es distinto de a , de $-a$ y de 0 , entonces $\frac{x^2 - a^2}{x^2 - ax} : \frac{x - a}{x + a}$ es igual a

A) $\frac{x(x - a)}{(x + a)^2}$
 B) $-\frac{a}{x}$
 C) $\frac{x - a}{x}$
 D) $\frac{x + a}{x}$
 E) $\frac{(x + a)^2}{x(x - a)}$

$$\begin{aligned} & \frac{x^2 - a^2}{x^2 - ax} : \frac{x - a}{x + a} \\ &= \frac{(x+a)\cancel{(x-a)}}{x(x-a)} \cdot \frac{x+a}{\cancel{(x-a)}} \\ &= \frac{(x+a)^2}{x(x-a)} // \end{aligned}$$

(Fuente, DEMRE 2016)

19. Si $A = m + \frac{mn}{m - n}$ y $B = n + \frac{mn}{n - m}$, con m, n distinto de cero y $m \neq n$, entonces $\frac{A}{B} =$

A) $\frac{m^2}{n^2}$
 B) $\frac{n^2}{m^2}$
 C) m^2n^2
 D) $-\frac{m^2}{n^2}$

$$\begin{aligned} \frac{A}{B} &= \frac{m + \frac{mn}{m-n}}{n + \frac{mn}{n-m}} = \frac{\frac{m^2 - mn + mn}{m-n}}{\frac{n^2 - mn + mn}{n-m}} = \frac{\frac{m^2}{m-n}}{\frac{n^2}{n-m}} \\ &= \frac{m^2}{m-n} \cdot \frac{n-m}{n^2} \\ &= -1 \cdot \frac{m^2}{n^2} = -\frac{m^2}{n^2} // \end{aligned}$$

20. Si $m^2 \neq n^2$; x, m y $n \neq 0$, entonces una expresión equivalente a $\frac{3m^2n - 3mn^2}{m^2x - n^2x}$ es

A) $\frac{3mnx}{m+n}$
 B) $\frac{3mn}{(m-n)x}$
 C) $\frac{3mnx}{m-n}$
 D) $\frac{3mn}{(m+n)x}$

$$\frac{3mn(m-n)}{x(m^2 - n^2)} = \frac{3mn\cancel{(m-n)}}{x(m+n)\cancel{(m-n)}} = \frac{3mn}{x(m+n)}$$

21. Con $y \neq 0$; $x \neq 0$; $x \neq -2y$, entonces $\left(\frac{x}{2y} - \frac{2y}{x}\right) : \left(\frac{2y}{x} + 1\right) =$

- A) $\frac{2x}{y} - 1$
 B) $\frac{x}{2y}$
 C) $\frac{x}{2y} - 1$
 D) $\frac{x}{2y} + 1$

$$\frac{x^2 - 4y^2}{2xy} : \frac{x+2y}{x} = \frac{(x+2y)(x-2y)}{2xy} \cdot \frac{x}{x+2y} = \frac{x-2y}{2y} = \frac{x}{2y} - 1$$

22. Si $c \neq \pm d$, entonces $\frac{c+d}{c-d} - \left(\frac{4cd}{c^2-d^2} + \frac{c-d}{c+d}\right) = \frac{c+d}{c-d} - \frac{4cd}{(c+d)(c-d)} - \frac{c-d}{c+d} \Rightarrow$ M.C.M $(c+d)(c-d)$

- A) -1
 B) 1
 C) $c + d$
 D) 0

$$\frac{(c+d) \cdot (c+d)}{(c+d)(c-d)} - \frac{4cd}{(c+d)(c-d)} - \frac{(c-d) \cdot (c-d)}{(c+d)(c-d)}$$

$$\frac{c^2 + 2cd + d^2 - 4cd - c^2 + 2cd - d^2}{(c+d)(c-d)} = 0$$

23. ¿Cuál de las siguientes expresiones es igual a $\frac{px^2}{2} - \frac{px^4}{4}$?

- A) $\frac{px^2}{2}(1-x^2)$
 B) $\frac{px^2}{2}\left(1 - \frac{x^2}{2}\right)$
 C) $\frac{x^2}{2}$
 D) $\frac{px^2}{4}$

$$\frac{px^2}{2} \cdot \left(1 - \frac{x^2}{2}\right)$$

24. Con $z \neq 2$ y $z \neq 3$, entonces $\frac{(z^2 - 5z + 6)^{-1}}{\frac{z-3}{z-2}} =$

A) $\frac{(z-3)^{-2}}{1}$

B) $\frac{1}{(z-2)^2}$

C) $\frac{1}{3}$

D) $\frac{3}{2(z^2 - 5z + 6)}$

$$\frac{z^2 - 5z + 6}{z-3} = \frac{(z-3)(z-2)}{z-3} = \frac{1}{(z-3)(z-2)} \cdot \frac{z-2}{z-3} = \frac{1}{(z-3)^2}$$

y $\frac{1}{(z-3)^2} = (z-3)^{-2}$

25. Tomás desea factorizar el polinomio $5x^2 + 13x - 6$, para lo cual utiliza el siguiente procedimiento.

<p>Paso 1</p> <p>Paso 2</p> <p>Paso 3</p> <p>Paso 4</p> <p>Paso 5</p>		<p>$5x^2 + 13x - 6$</p> <p>$(5x^2 + 13x - 6) \cdot \frac{5}{5}$</p> <p>$\frac{(5x)^2 + 13 \cdot (5x) - 30}{5}$</p> <p>$\frac{(5x + 10)(5x - 3)}{5}$</p> <p>$\frac{5(x + 2)(5x - 3)}{5}$</p> <p>$(x + 2)(5x - 3)$</p>	<p>Estos números deben ser +15 y -2</p>
--	--	--	---

¿En cuál de los pasos Tomás cometió un error?

- A) Paso 2
- B) Paso 3
- C) Paso 4
- D) Paso 5

RESPUESTAS

1.	D	6.	B	11.	C	16.	C	21.	C
2.	A	7.	D	12.	D	17.	B	22.	D
3.	C	8.	D	13.	B	18.	E	23.	B
4.	B	9.	A	14.	C	19.	D	24.	A
5.	C	10.	B	15.	A	20.	D	25.	C