1. Considere la ecuación $x^2 + 10x + 21 = 0$. ¿Cuál de las siguientes opciones representa una ecuación de la forma $(x - n)^2 = m$, equivalente a la ecuación anterior?

A) $(x + 5)^2 = 0$
 B) $(x + 5)^2 = 4$
 C) $(x - 5)^2 = 4$
 D) $(x - 5)^2 = 0$

$$x^2 + 10x = -21 \quad / + \left(\frac{10}{2}\right)^2$$

$$x^2 + 10x + 25 = -21 + 25$$

$$(x + 5)^2 = 4$$

2. Si se considera la ecuación $x^2 + 6x = -4$. Al usar el método de completación de cuadrados, se obtiene una ecuación de la forma $(x - m)^2 = n$. ¿Cuál es el valor de $m + n$?

A) 2
 B) 5
 C) 6
 D) 8
 E) 10

$$x^2 + 6x = -4 \quad / + \left(\frac{6}{2}\right)^2$$

$$x^2 + 6x + 9 = 9 - 4$$

$$(x + 3)^2 = 5 \iff (x - m)^2 = n \quad \left. \begin{array}{l} \text{Donde } m = -3 \\ n = 5 \end{array} \right\}$$

3. Dada la ecuación $x^2 + 6x + 17 = 0$. ¿Qué número real k debe sumarse a ambos lados de la igualdad para completar el trinomio cuadrado perfecto, y cuales son las soluciones de la ecuación?

A) $k = -1$ y las soluciones son $x = -3$ y $x = -5$.
 B) $k = -1$ y no tiene soluciones reales.
 C) $k = -8$ y no tiene soluciones reales.
 D) $k = -8$ y las soluciones son $x = 2\sqrt{3} - 3$ y $x = -2\sqrt{3} - 3$.

$$x^2 + 6x + 17 = 0 \quad / + (-8)$$

$$x^2 + 6x + 9 = -8$$

$$(x + 3)^2 = -8$$

$$x = -3 \pm \sqrt{-8}$$

Por son números reales.

4. En la ecuación cuadrática $ax^2 + bx = 0$. ¿Cuál de las siguientes opciones es una de sus raíces?

A) $\frac{b}{a}$
 B) $-\frac{b}{a}$
 C) $b^2 - 4ac$
 D) $\frac{c}{a}$

$$x(ax + b) = 0$$

$$\begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = -\frac{b}{a} \end{cases}$$

5. Dada la ecuación cuadrática $3x^2 - 2x + 9 = 0$. ¿Cuál es el valor de $x_1 + x_2$ y de $x_1 \cdot x_2$ respectivamente?

(A) $\frac{2}{3}$ y 3

B) $-\frac{2}{3}$ y 3

C) 3 y $-\frac{2}{3}$

D) -3 y $\frac{2}{3}$

$$x_1 + x_2 = -\frac{B}{A} = \frac{2}{3}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{C}{A} = \frac{9}{3} = 3$$

6. Dada la ecuación cuadrática $x^2 + bx + c = 0$, con b y c números reales, se sabe que 2 es solución de la ecuación y su discriminante es igual a cero. ¿Cuál de las siguientes opciones es **FALSA**?

A) Su única solución es 2. (VERDADERO)

B) $2b + c = -4$ (VERDADERO)

C) $2c + 1 = 9$ (VERDADERO)

(D) La ecuación puede ser escrita como $x(x - 2) = 0$.

La ecuación es $x^2 - 4x + 4 = 0$
 $(x - 2)^2 = 0$

Como 2 es solución $\rightarrow 2^2 + 2b + c = 0 \rightarrow 2b + c = -4$
 $\rightarrow \Delta = 0$ (Solución única 2)

$b^2 = 4c$ y $2b + c = -4$, entonces:

$b^2 = 4(-4 - 2b)$

$b^2 = -16 - 8b$

$b^2 + 8b + 16 = 0 \rightarrow (b + 4)^2 = 0 \rightarrow b = -4$

luego $c = 4 \rightarrow 2c + 1 = 9$

7. ¿Cuál de las siguientes ecuaciones tiene como raíces $1 + \sqrt{2}$ y $1 - \sqrt{2}$?

A) $x^2 + 2x - 1 = 0$

(B) $x^2 - 2x - 1 = 0$

C) $x^2 + \sqrt{2}x - 1 = 0$

D) $x^2 + x - \sqrt{2} = 0$

E) $x^2 - x + \sqrt{2} = 0$

Usando: $x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1 \cdot x_2 = 0$

$x^2 - (2)x + (-1) = 0$

$x^2 - 2x - 1 = 0$

8. Una de las soluciones de la ecuación $x^2 + 5x - 14 = 0$ es 2. ¿Cuál es la otra solución?

A) 7

B) -2

C) 5

(D) -7

$x_1 \cdot x_2 = \frac{C}{A}$ (con $A=1, B=5$ y $C=-14$)

$\downarrow$
 $2 \cdot x_2 = \frac{-14}{1}$

$x_2 = -7$

9. La ecuación cuadrática $x^2 + x + k = 0$, tiene soluciones iguales si es que el valor de k es

$$\text{Si } \Delta = 1^2 - 4 \cdot k = 1 - 4k = 0 \rightarrow k = \frac{1}{4}$$

- A) 0,5
 B) 0,125
 C) 0,25
 D) 4
 E) 0,75

10. Al resolver la ecuación $2x^2 - 1 + 4x = 0$ por el método de completación de cuadrados, esta queda reducida a la expresión

$$\begin{aligned} 2x^2 + 4x - 1 &= 0 \\ x^2 + 2x &= \frac{1}{2} \quad + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \\ (x+1)^2 &= \frac{3}{2} \end{aligned}$$

- A) $(2x + 1)(2x - 1) = 4$
 B) $(x + 1)^2 = 1,5$
 C) $(x - 1)^2 = 4$
 D) $(2x + 1)(x - 1) = -2$

11. Considere la ecuación cuadrática $4x^2 + 4x - k = 0$, si se sabe que esta ecuación escrita en la forma $(x - m)^2 = n$, tiene como coeficientes $m = -0,5$ y $n = 2$. Entonces el valor de k es

A) -7
 B) 8
 C) 9
 D) 7
 E) -9

$$\begin{aligned} \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 &= 2 \\ x^2 + x + \frac{1}{4} - 2 &= 0 \\ x^2 + x - \frac{7}{4} &= 0 \quad / \cdot 4 \end{aligned} \quad \rightarrow \quad 4x^2 + 4x - 7 = 0$$

12. Considere la ecuación cuadrática de la forma $2x^2 + bx + c = 0$. Si se conoce que las soluciones de la ecuación x_1 y x_2 cumplen que: $x_1 + x_2 = 8$ y $x_1 \cdot x_2 = -6$, entonces ¿Cuáles son los valores de b y c respectivamente?

A) 8 y -6
 B) -16 y -12
 C) 16 y -12
 D) -8 y -16

$$\begin{aligned} \frac{c}{2} &= -6 \rightarrow c = -12 \\ \frac{-b}{2} &= 8 \rightarrow b = -16 \end{aligned}$$

13. ¿Cuál es la ecuación cuadrática en la que la suma de sus soluciones es $x_1 + x_2 = \frac{1}{3}$ y su producto es $x_1 \cdot x_2 = 0,5$?

A) $x^2 - 6x + 3 = 0$
 B) $x^2 + 2x - 3 = 0$
 C) $6x^2 - 2x + 3 = 0$
 D) $6x^2 + 2x - 3 = 0$

$$\begin{aligned} x^2 - \frac{1}{3}x + \frac{1}{2} &= 0 \quad / \cdot 6 \\ 6x^2 - 2x + 3 &= 0 \end{aligned}$$

14. Dada la ecuación cuadrática en la variable x : $x^2 + (k + u)x + h = 0$, con h un número real negativo, k y u números reales. ¿Cuál de las siguientes opciones representa una ecuación de la forma $(x - m)^2 = n$, que es equivalente a la anterior?

A) $\left(x + \frac{k+u}{2}\right)^2 = -h$

B) $\left(x - \frac{k+u}{2}\right)^2 = \left(\frac{k+u}{2}\right)^2 - h$

C) $\left(x + \frac{k+u}{2}\right)^2 = \left(\frac{k+u}{2}\right)^2 - h$

D) $\left(x - \frac{k+u}{2}\right)^2 = h$

$x^2 + (k+u)x = -h \quad / \quad \left(\frac{k+u}{2}\right)^2$

$\left(x + \frac{k+u}{2}\right)^2 = \left(\frac{k+u}{2}\right)^2 - h$

15. Si la ecuación cuadrática $x^2 + bx + c = 0$, tiene 2 raíces reales e iguales de valor 1, entonces $b + c$ es igual a

A) -1

B) -2

C) 2

D) 1

E) 0

$b^2 - 4c = 0$

$(x-1)^2 = 0$

$x^2 - 2x + 1 = 0 \rightarrow b = -2 \text{ y } c = 1$

16. ¿Cuál es el menor valor entero que puede tomar m en la ecuación cuadrática $2x(mx - 4) - x^2 + 1 = 0$, para que no tenga raíces reales?

A) 7

B) 8

C) 9

D) 10

$2mx^2 - x^2 - 8x + 1 = 0$

$\Delta = (-8)^2 - 4(2m-1) \cdot 1 = 64 - 8m + 4 = 68 - 8m \quad / \quad \text{con } m=9 \quad \Delta < 0$

17. Si x_1 y x_2 son las soluciones de la ecuación cuadrática $2x^2 - 3x + k = 0$, donde además se cumple $x_1 + x_2 = 1 + x_1 \cdot x_2$, entonces el valor de k es

A) 1

B) 2

C) -1

D) -4

$\frac{3}{2} = 1 + \frac{k}{2} \quad / \cdot 2$

$3 = 2 + k$

$1 = k$

18. Si p y q son las soluciones de la ecuación cuadrática $x^2 + bx + c = 0$, entonces $p^2 + q^2$ es:

- A) $b^2 + 2c$
 B) $b^2 - 2c$
 C) $b^2 - c^2$
 D) b^2
 E) c^2

$$p^2 + q^2 = (p+q)^2 - 2pq$$

$$= \left(\frac{-b}{1}\right)^2 - 2 \cdot \left(\frac{c}{1}\right) = b^2 - 2c$$

19.

$$m^2 - 4 \cdot 1 \cdot \left(\frac{m^2 - n^2}{4}\right) = 0$$

$$m^2 - m^2 + n^2 = 0$$

$$m^2 \neq 0 \rightarrow \boxed{n=0}$$

20. Se puede determinar que la ecuación cuadrática $ax^2 + bx + c = 0$, con a , b y c números reales, no tiene soluciones reales si:

- (1) b^2 es menor que $4ac$.
 (2) $a < 0$ y $c < 0$.
 A) (1) por sí sola
 B) (2) por sí sola
 C) Ambas juntas, (1) y (2)
 D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
 E) Se requiere información adicional

(1) Suficiente. Si $b^2 < 4ac$
 (1) Suficiente. Si $\Delta = b^2 - 4ac < 0$
 las soluciones no son reales
 (2) Insuficiente.
 (2) Insuficiente. Si a y c son negativos, depende del valor de b .