

1. ¿Cuál de los siguientes números es el mayor?

- A) 3^{31}
 B) $8^{10} \rightarrow 2^{30}$
 C) $16^8 \rightarrow 2^{32}$
 D) $81^6 \rightarrow 3^{24}$

$$2^{32} < 3^{24}$$

$$2^{4 \cdot 8} < 3^{3 \cdot 8}$$

$$16^8 < 27^8$$

Entonces

$$2^{30} < 2^{32} < 3^{24} < 3^{31}$$

Mayor

2. Si a y b son dos números reales cualesquiera y dada la función real $f(x) = 2^x$, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **siempre** verdadera?

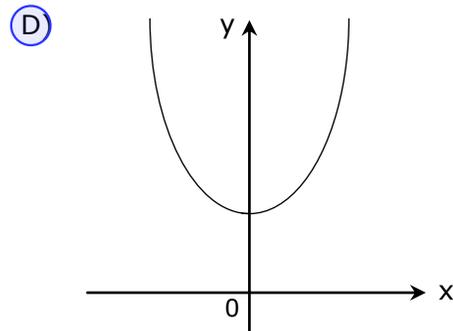
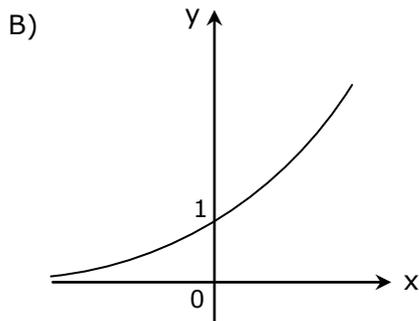
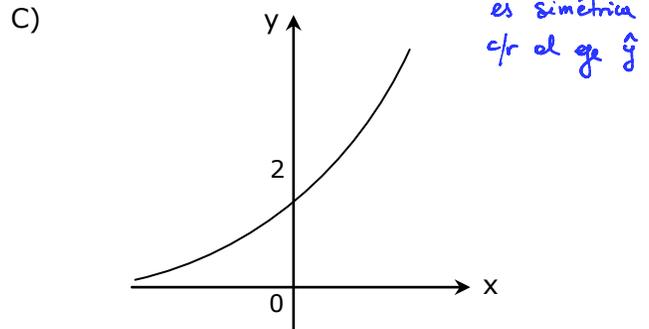
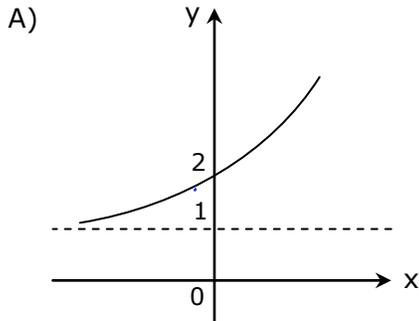
- A) $f(a + b) = f(a) + f(b)$
 B) $f(a + b) = f(ab)$
 C) $f(a + b) = f(a) \cdot f(b)$
 D) $f(a + b) = a f(b) + b f(a)$

$$f(a+b) = 2^{a+b}$$

$$f(a) \cdot f(b) = 2^a \cdot 2^b = 2^{a+b}$$

$$3^x = v$$

3. ¿Cuál de los siguientes, es la gráfica que mejor representa la función de \mathbb{R} en \mathbb{R} , definida por $f(x) = (0, \bar{3})^x + 3^x$? $\longrightarrow f(x) = \frac{1}{3^x} + 3^x = 3^{-x} + 3^x$, luego $f(x)$ es par \therefore



4. ¿Cuál es el 20% de 5^{500} ?

- A) 5^{499}
- B) 5^{250}
- C) $4 \cdot 5^{200}$
- D) $0,2 \cdot 5^{499}$

$$\frac{1}{5} \cdot 5^{500} = 5^{499}$$

5. Dada la función $f(x) = 2^{x+1} + 2$ y sabiendo que $f(a) = 4$, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

- A) $a = 5$
- B) $a = 3$
- C) $a = 1$
- D) $a = 0$

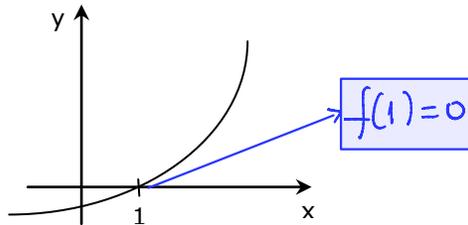
$$f(a) = 2^{a+1} + 2 = 4$$

$$2^{a+1} = 2$$

$$\Rightarrow a+1 = 1$$

$$\boxed{a=0}$$

6. La curva de la figura adjunta es representativa de la función $f(x) = 2^{x-k} - 1$, entonces el número k es



$$f(1) = 2^{1-k} - 1 = 0$$
$$2^{1-k} = 1$$
$$2^{1-k} = 2^0$$
$$\therefore \boxed{k=1}$$

- A) entero par.
- B) entero impar.
- C) racional no entero mayor que 1.
- D) racional no entero menor que 1.

7. Cuando $\left(\frac{1}{27}\right)^n$ se resta de 9^{n+3} , se obtiene cero como resultado, luego el valor de n es

- A) -6
- B) $-\frac{6}{5}$
- C) $\frac{5}{6}$
- D) $\frac{5}{2}$

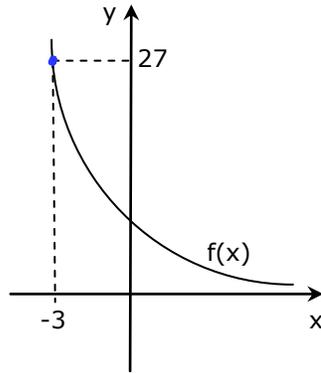
$$9^{n+3} - \left(\frac{1}{27}\right)^n = 0$$

$$9^{n+3} - 3^{-3n} = 0$$

$$3^{2n+6} = 3^{-3n} \Rightarrow 2n+6 = -3n$$

$$5n = -6$$
$$\boxed{n = -6/5}$$

8. La curva de la figura adjunta es la representación gráfica de $f(x) = a^x$.



$$f(-3) = 27 = a^{-3} \longrightarrow a = \frac{1}{3}$$
$$f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$$
$$\therefore f\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{3}\right)^{1/2} = \left(3^{-1}\right)^{1/2} = 3^{-1/2}$$

¿Cuál es la imagen de $\frac{1}{2}$?

- A) $3^{-\frac{1}{2}}$
 B) 3^2
 C) $3^{\frac{1}{2}}$
 D) 3
9. Para que la suma $2^x + 2$ sea igual a $4x$, se debe cumplir que

- A) $x = 0$
 B) $x = 1$
 C) $x = 2$
 D) $x = 3$

$$2^x + 2 = 4x \quad \text{se cumple para } x = 1$$
$$(2^1 + 2 = 4 \cdot 1)$$

10. Sobre la función real definida por $f(x) = a^x$ con a real positivo y distinto de cero, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

- A) La función es decreciente para $a > 1$.
 B) La función es creciente para $0 < a < 1$.
 C) La función solo toma valores positivos.
 D) La función solo toma valores positivos para $x > 0$.

c) Verdadera. Si $a > 0$, entonces $f(x) = a^x > 0$

11. La población de una pequeña comuna del norte está dada en miles de habitantes por $P(t) = 5 \cdot 2^{tk}$, en que t es el número de años, contados a partir del año 2010, es decir, $t = 0$ corresponde al año 2010 y k es una constante real. Si la población de esta comuna en el año 2018 fue de 10.000 habitantes, ¿cuál es el valor de k ?

- A) $\frac{1}{3}$
 B) $\frac{1}{4}$
 C) $\frac{1}{6}$
 D) $\frac{1}{8}$

$\downarrow t=8$ \downarrow (10 mil habitantes)
 $P(8) = 5 \cdot 2^{8k} = 10$
 $2^{8k} = 2$
 $k = \frac{1}{8}$

12. El número de individuos de cierta manada de lobos está dado por $f(x) = (10 - 10^{-x}) \cdot 1000$, siendo x el tiempo medido en semestres. Según esto entre el segundo y el tercer semestre la manada de lobos

- A) aumentará en 10 individuos.
 B) aumentará en 9 individuos.
 C) disminuirá en 10 individuos.
 D) disminuirá en 9 individuos.

Semestre	M^o individuos
2	$(10 - \frac{1}{100}) \cdot 1000 = 9990$
3	$(10 - \frac{1}{1000}) \cdot 1000 = 9999$

\therefore Aumentará $9999 - 9990 = 9$

13. Sabiendo que a y k son constantes reales y que la gráfica de la función $f(x) = a \cdot 2^{kx}$ pasa por los puntos $P(0, 5)$ y $Q(1, 10)$, entonces ¿cuál es el valor de $2a + k$?

- A) 3
 B) 10
 C) 11
 D) 12

$i) f(0) = a \cdot 2^0 = 5 \Rightarrow a = 5$
 $ii) f(1) = 5 \cdot 2^{1 \cdot k} = 10 \Rightarrow 2^k = 2 \rightarrow k = 1$

$\therefore 2a + k = 10 + 1 = 11$

14. $\left(\frac{2^{28} + 2^{30}}{10}\right)^{\frac{1}{3}} =$
- A) $\frac{2^8}{5}$
 B) $\frac{2^9}{5}$
 C) 2^8
 D) 2^9

$\left(\frac{2^{28}(1+2^2)}{2 \cdot 5}\right)^{\frac{1}{3}}$
 $= \left(\frac{2^{28}}{2}\right)^{\frac{1}{3}} = (2^{27})^{\frac{1}{3}}$
 $= 2^9$

15. Al simplificar $\frac{2^{n+4} + 2^{n+2} + 2^{n-1}}{2^{n-2} + 2^{n-1}}$ se obtiene

A) 1
 B) 2^{n+1}
 C) $\frac{3}{81}$
 D) $\frac{82}{3}$

$$\frac{\cancel{2^{n-1}} (2^5 + 2^3 + 1)}{\cancel{2^{n-1}} (2^{-1} + 1)} = \frac{(32 + 8 + 1)}{\left(\frac{3}{2}\right)} = 41 \cdot \frac{2}{3} = \frac{82}{3}$$

16. Si $T^{\frac{1}{2}} + T^{-\frac{1}{2}} = \frac{10}{3}$, entonces $T + T^{-1} =$

A) $\frac{82}{9}$
 B) $\frac{100}{82}$
 C) $\frac{16}{9}$
 D) $\frac{82}{3}$

$$T^{\frac{1}{2}} + T^{-\frac{1}{2}} = \frac{10}{3} \quad / ()^2$$

$$T + T^{-1} + 2 \cdot T^{\frac{1}{2}} \cdot T^{-\frac{1}{2}} = \frac{100}{9}$$

$$T + T^{-1} + 2 \cdot 1 = \frac{100}{9}$$

$$T + T^{-1} = \frac{100}{9} - 2 = \frac{82}{9}$$

17. $\frac{21^{30}}{63^{15}} =$

A) $\left(\frac{1}{3}\right)^{15}$
 B) 7^{15}
 C) $\left(\frac{1}{3}\right)^2$
 D) 3^{15}

$$\frac{21^{30}}{(21 \cdot 3)^{15}} = \frac{\cancel{21^{30}}}{\cancel{21^{15}} \cdot 3^{15}} = \frac{21^{15}}{3^{15}} = \left(\frac{21}{3}\right)^{15} = 7^{15}$$

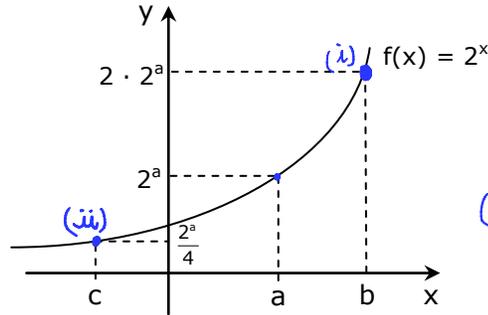
18. ¿Cuál es el valor de 6^{-n} , si se sabe que $6^{3n} = 4^3$?

A) 6
 B) 4
 C) $\frac{1}{2}$
 D) $\frac{1}{4}$

$$6^{3n} = 4^3 \quad / ()^{-\frac{1}{3}}$$

$$\Rightarrow \boxed{6^{-n} = 4^{-1} = \frac{1}{4}}$$

19. En la figura adjunta está representada gráficamente la función $y = 2^x$, los números a , b , c y sus respectivas imágenes.

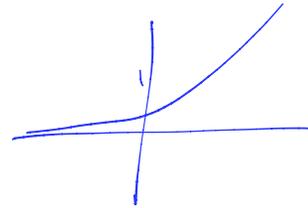


$$(i) f(b) = 2^b = 2 \cdot 2^a = 2^{a+1} \Rightarrow b = a+1$$

$$(ii) f(c) = 2^c = \frac{2^a}{4} = 2^{a-2} \Rightarrow c = a-2$$

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

- A) $b = a - 1$ y $c = a + 2$
 B) $b = a + 1$ y $c = a - 2$
 C) $b = \frac{a}{2}$ y $c = 4a$
 D) $b = 2^a$ y $c = \frac{a}{4}$



20. Se puede determinar que la expresión $\frac{4^{x+3}}{64}$ es un número mayor que 1, si se sabe que:

- (1) 4^{x+3} es un número positivo.
 (2) 4^x es un número mayor que 1.

(1) Insuficiente. si $x = -2$
 (2) Suficiente. $\frac{4^{x+3}}{64} = \frac{4^x \cdot 4^3}{4^3} = 4^x$

- A) (1) por sí sola
 B) (2) por sí sola
 C) Ambas juntas, (1) y (2)
 D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
 E) Se requiere información adicional

RESPUESTAS

1.	A	6.	B	11.	D	16.	A
2.	C	7.	B	12.	B	17.	B
3.	D	8.	A	13.	C	18.	D
4.	A	9.	B	14.	D	19.	B
5.	D	10.	C	15.	D	20.	B