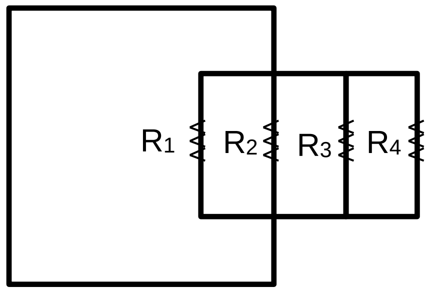
TABLA DE CORRECCIÓN

Ítem	Alternativa	Habilidad	Eje temático
1	B	Resolver problemas	Números
2	C	Modelar	Números
3	E	Representar	Números
4	C	Argumentar	Números
5	D	Resolver problemas	Números
6	D	Resolver problemas	Números
7	B	Resolver problemas	Números
8	D	Argumentar	Números
9	B	Resolver problemas	Números
10	C	Resolver problemas	Números
11	B	Representar	Números
12	D	Argumentar	Álgebra
13	E	Representar	Álgebra
14	A	Representar	Álgebra
15	C	Resolver problemas	Álgebra
16	D	Modelar	Álgebra
17	A	Resolver problemas	Álgebra
18	C	Resolver problemas	Álgebra
19	D	Resolver problemas	Álgebra
20	B	Resolver problemas	Álgebra
21	A	Resolver problemas	Álgebra
22	D	Resolver problemas	Álgebra
23	C	Resolver problemas	Álgebra
24	A	Modelar	Álgebra
25	D	Resolver problemas	Álgebra
26	E	Resolver problemas	Álgebra
27	B	Representar	Álgebra
28	A	Argumentar	Álgebra
29	B	Resolver problemas	Álgebra
30	B	Representar	Geometría
31	A	Representar	Geometría
32	D	Modelar	Geometría
33	C	Resolver problemas	Geometría
34	D	Resolver problemas	Geometría
35	D	Modelar	Geometría
36	C	Resolver problemas	Geometría

37	D	Modelar	Geometría
38	A	Resolver problemas	Geometría
39	A	Resolver problemas	Geometría
40	C	Representar	Probabilidad y estadística
41	D	Argumentar	Probabilidad y estadística
42	B	Representar	Probabilidad y estadística
43	B	Representar	Probabilidad y estadística
44	C	Resolver problemas	Probabilidad y estadística
45	C	Resolver problemas	Probabilidad y estadística
46	A	Resolver problemas	Probabilidad y estadística
47	B	Modelar	Probabilidad y estadística
48	C	Representar	Probabilidad y estadística
49	A	Resolver problemas	Probabilidad y estadística
50	B	Resolver problemas	Probabilidad y estadística
51	E	Resolver problemas	Probabilidad y estadística
52	A	Argumentar	Números
53	A	Argumentar	Álgebra
54	C	Argumentar	Geometría
55	B	Argumentar	Probabilidad y estadística

Ítem 1

La imagen adjunta muestra un circuito eléctrico en paralelo, cuya resistencia equivalente se puede calcular con la siguiente expresión: $\frac{1}{R_e}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}$, donde R_1, R_2, R_3 y R_4 son las resistencias del circuito y R_e es la resistencia equivalente.



$R_1 = 8$ [Ω]
$R_2 = 4$ [Ω]
$R_4 = 2$ [Ω]

¿Cuál es el valor de R_3 si la resistencia equivalente es $\frac{24}{25}$ [Ω]?

A) $R_3 = \frac{1}{6}$ [Ω]

B) $R_3 = 6$ [Ω]

C) $R_3 = \frac{46}{24}$ [Ω]

D) $R_3 = 4$ [Ω]

E) $R_3 = 12$ [Ω]

Resolución

Se utiliza la expresión entregada reemplazando los valores de las resistencias:

$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}$$

$$\frac{25}{24} = \frac{1}{8} + \frac{1}{4} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{R_3} = \frac{25}{24} - \frac{1}{8} - \frac{1}{4} - \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{R_3} = \frac{1}{6}$$

Luego, $R_3 = 6$ [Ω].

La alternativa correcta es B.

Ítem 2

Si **a**, **b** y **c** son números enteros, con $c \neq 0$, donde $a = 5c$ y $b = 7c$, entonces, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

A) $\frac{c-a}{b}$ es un número racional positivo.

B) $\frac{b-a}{c}$ es un número entero negativo.

C) $\frac{c-b}{a}$ es un número racional negativo.

D) $\frac{3c-b}{a}$ es un número racional positivo.

Resolución

Se realiza la comprobación de cada afirmación.

A) Se tiene $\frac{c-a}{b}$, donde se reemplaza y se deja todo en función de c:
$\frac{c-a}{b} = \frac{c-5c}{7c} = \frac{-4c}{7c} = \frac{-4}{7}$, que es un número racional negativo, por lo que la afirmación es falsa.

B) Se tiene $\frac{b-a}{c}$, donde se reemplaza y se deja todo en función de c:
$\frac{b-a}{c} = \frac{7c-5c}{c} = \frac{2c}{c} = \frac{2}{1} = 2$, que es un número entero positivo, por lo que la afirmación es falsa.

C) Se tiene $\frac{c-b}{a}$ donde se reemplaza y se deja todo en función de c:
$\frac{c-b}{a} = \frac{c-7c}{5c} = \frac{-6c}{5c} = \frac{-6}{5}$, que es un número racional negativo, por lo que la afirmación es verdadera.

D) Se tiene $\frac{3c-b}{a}$ donde se reemplaza y se deja todo en función de c:
$\frac{3c-b}{a} = \frac{3c-7c}{5c} = \frac{-4c}{5c} = \frac{-4}{5}$, que es un número racional negativo, por lo que la afirmación es falsa.

La alternativa correcta es C.

Ítem 3

Si el precio de una casa es $R, y cada año aumenta un 25 % de lo que valía el año anterior, ¿cuál de las siguientes expresiones representa el precio de esa casa al cabo de tres años?

A) $ $\frac{15R}{4}$

B) $ $\frac{125R}{16}$

C) $ $\frac{5R}{4}$

D) $ $\frac{25R}{16}$

E) $ $\frac{125R}{64}$

Resolución

Una expresión matemática para este cálculo corresponde a:

Precio = $R · 125 %^{t} $= \left(\frac{125}{100}\right)^t \cdot R = \left(\frac{5}{4}\right)^t \cdot R$, donde **t** corresponde al número de años.

Para la pregunta en cuestión, el desarrollo sería:

$$\left(\frac{5}{4}\right) \cdot \left(\frac{5}{4}\right) \cdot \left(\frac{5}{4}\right) \cdot R = \frac{125}{64}R$$

La alternativa correcta es E.

Ítem 4

Las sustancias aromáticas se clasifican de acuerdo con su intensidad, que se mide según el porcentaje de aceite esencial en su composición, como lo indica la tabla adjunta.

Tipo de sustancia	Intensidad aromática
Perfume	16 % al 45 %
Agua de perfume	15 %
Agua de tocador	7 % al 14 %
Agua de colonia	3 % al 6 %
Perfume *splash*	1 % al 2 %

Para la creación de 200 ml de la sustancia aromática “Monsieur”, se utilizan 125 ml de disolvente, 48 ml de fijador y el resto es aceite esencial. ¿A qué tipo de sustancia corresponde “Monsieur”?

A) Perfume.
B) Agua de perfume.
C) Agua de tocador.
D) Agua de colonia.
E) Perfume *splash*.

Resolución

Al sumar la cantidad de disolvente y fijador se obtienen 173 ml, por lo tanto, la cantidad de aceite esencial es de 200 – 173 = 27 ml.
Al calcular el porcentaje de aceite, se obtiene $\frac{27}{200}$ = 0,135 = 13,5 %. Este porcentaje corresponde a agua de tocador.

La alternativa correcta es C.

Ítem 5

Los gastos que realiza una empresa de comida durante el mes de marzo se encuentran detallados en la siguiente tabla.

Concepto	Valor
Luz	$80 000
Agua	$90 000
Arriendo	$300 000
Materias primas	$530 000
Salarios	$2 800 000
Otros	$200 000

Si durante marzo los gastos representan un 40 % de las ventas del local, ¿cuánto dinero recaudó el local por sus ventas durante ese mes?

A) $1 600 000
B) $2 400 000
C) $8 000 000
D) $10 000 000

Resolución

Los gastos totales de la empresa de comida corresponden a:

$$80\ 000 + 90\ 000 + 300\ 000 + 530\ 000 + 2\ 800\ 000 + 200\ 000 = \$4\ 000\ 000$$

Luego, como los gastos representan un 40 % de las ventas, entonces al organizar los datos en una tabla para obtener el valor x de las ventas se obtiene:

Dinero	%
4 000 000	40
x	100

$$x = \frac{4\ 000\ 000 \cdot 100}{40} = \$10\ 000\ 000$$

La alternativa correcta es D.

Ítem 6

Dilatación lineal es la variación de la longitud de un cuerpo, como respuesta a una variación en la temperatura y se calcula como:

$$L = L_0\,(1 + \alpha \cdot \Delta t)$$

Donde L es la longitud final del cuerpo y L0 es la longitud inicial, ambos en metros; α es el coeficiente de dilatación del material, en $\left[\frac{\text{m}}{°\text{C}}\right]$, y Δ**t** es la variación de temperatura, en grados Celsius.

Si la longitud inicial de un alambre de plata es de 1 metro y la longitud final del alambre es 1,0005 metros, ¿cuál es el coeficiente de dilatación α de la plata, en $\left[\frac{\text{m}}{°\text{C}}\right]$, si la variación de temperatura fue de 25 °C?

A) 0,02
B) 0,002
C) 0,0002
D) 0,00002
E) 0,000002

Resolución

En la expresión $L = L_0\,(1 + \alpha \cdot \Delta t)$, se debe de despejar α:

$$\alpha = \frac{L - L_0}{L_0 \cdot \Delta t}$$

Reemplazando:

$$\alpha = \frac{1{,}0005 - 1}{1 \cdot 25} = \frac{0{,}0005}{25} = 0{,}00002\left[\frac{m}{°C}\right]$$

La alternativa correcta es D.

Ítem 7

¿Cuál de las siguientes expresiones corresponde a un número irracional negativo?

A) $25 - \sqrt{35}$

B) $\sqrt{25} - \sqrt{35}$

C) $\sqrt{35 - 25}$

D) $\sqrt{35} - \sqrt{25}$

Resolución

Mediante la comparación de cantidades subradicales, es posible determinar que:

A) Es un número irracional positivo, ya que 25 se puede escribir como $\sqrt{625}$, luego la expresión resulta $\sqrt{625} - \sqrt{35}$, siendo esta positiva, dado que $\sqrt{625} > \sqrt{35}$.

B) Es un número irracional negativo, ya que $\sqrt{25}$ es menor que $\sqrt{35}$ y, en este caso, la resta entre un entero y un irracional resulta en otro irracional.

C) Es un número irracional positivo, ya que $\sqrt{35 - 25} = \sqrt{10} > 0$.

D) Es un número irracional positivo, ya que $\sqrt{35}$ es mayor que $\sqrt{25}$ y, en este caso, la resta entre un irracional y un entero resulta en otro irracional.

La alternativa correcta es B.

Ítem 8

El profesor le pide a Carolina que exprese en una raíz única la expresión $\sqrt[n]{a^b} \cdot \sqrt[m]{p^q}$, con **a**, **b**, **n**, **m**, **p** y **q** números reales positivos distintos de 1. Carolina realiza el siguiente procedimiento:

$$\sqrt[n]{a^b} \cdot \sqrt[m]{p^q}$$

- Paso 1: $\sqrt[n \cdot m]{(a^b)^m} \cdot \sqrt[m \cdot n]{(p^q)^n}$
- Paso 2: $\sqrt[n \cdot m]{a^{bm}} \cdot \sqrt[m \cdot n]{p^{qn}}$
- Paso 3: $\sqrt[n \cdot m]{a^{bm}} \cdot \sqrt[n \cdot m]{p^{qn}}$
- Paso 4: $\sqrt[n \cdot m]{a^{bn} \cdot p^{qm}}$

¿En cuál de los pasos Carolina cometió un error?

A) Paso 1
B) Paso 2
C) Paso 3
D) Paso 4

Resolución

Carolina comete un error en el paso 4, pues la cantidad subradical debe ser $a^{bm} \cdot p^{qn}$

La alternativa correcta es D.

Ítem 9

Si $\log_3 a - \log_3 d = 2$ y $\log_5 b - \log_5 c = 1$, ¿cuál es el valor de $\frac{a \cdot c}{b \cdot d}$?

A) $\frac{5}{9}$

B) $\frac{9}{5}$

C) 2

D) 45

Resolución

Si $\log_3 a - \log_3 d = 2 \rightarrow \log_3 \left(\frac{a}{d}\right) = 2 \rightarrow \frac{a}{d} = 3^2 \rightarrow \frac{a}{d} = 9$.

Si $\log_5 b - \log_5 c = 1 \rightarrow \log_5 \left(\frac{b}{c}\right) = 1 \rightarrow \frac{b}{c} = 5 \rightarrow \frac{c}{b} = \frac{1}{5}$.

Entonces $\frac{a \cdot c}{b \cdot d} = \frac{a}{d} \cdot \frac{c}{b} \rightarrow 9 \cdot \frac{1}{5} = \frac{9}{5}$.

La alternativa correcta es B.

Ítem 10

Si $\log 2 \approx 0{,}3$, ¿cuál es el valor aproximado de $\log 50$?

A) 0,6
B) 0,7
C) 1,7
D) 2,3

Resolución

Aplicando propiedades de logaritmos y el dato del enunciado, se obtiene

$$\log 50 = \log \frac{100}{2} = \log 100 - \log 2 \approx 2 - 0{,}3 \approx 1{,}7$$

La alternativa correcta es C.

Ítem 11

Camila el primero de enero invierte $**x** en un depósito a plazo renovable que entrega una utilidad del 0,5 % mensual. Si Camila no realiza retiros ni abonos durante todo el semestre, ¿qué expresión permite determinar el dinero que tendrá Camila al termino de ese periodo?

A) $\$(x \cdot 1{,}0005^6)$
B) $\$(x \cdot 1{,}005^6)$
C) $\$(x \cdot 1{,}005^2)$
D) $\$(x \cdot 1{,}05^6)$

Resolución

Se sabe que el periodo en que Camila invierte $**x**, es de 6 meses, entonces al reemplazar la información en la relación del interés compuesto se obtiene:

$$C_f = x \cdot (1 + 0{,}005)^6 = x \cdot 1{,}005^6$$

La alternativa correcta es B.

Ítem 12

Sea la expresión algebraica $m = \frac{a + b}{c + d}$, con $c + d \neq 0$. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

A) Si $b = d$, entonces $m = \frac{a}{c}$.

B) Si $a + b = c$, entonces $m = \frac{1}{d}$.

C) Si $c + d = 2a$, entonces $m = \frac{b}{2}$.

D) Si $2(a + b) = – c – d$, entonces $m = -\frac{1}{2}$.

E) Si $2(a + b)^2 = c + d$, entonces $m = \frac{2}{c + d}$.

Resolución

Al analizar cada una de las alternativas, se obtiene:

A) Esta afirmación es falsa, pues si $b = d$, entonces $m = \frac{a + b}{c + b}$.

B) Esta afirmación es falsa, pues si $a + b = c$, entonces $m = \frac{c}{c + d}$.

C) Esta afirmación es falsa, pues si $c + d = 2a$, entonces $m = \frac{a + b}{2a} = \frac{a}{2a} + \frac{b}{2a} = \frac{1}{2} + \frac{b}{2a}$.

D) Esta afirmación es verdadera, pues si $2(a + b) = – c – d = – (c + d)$, entonces $m = \frac{a+b}{-2(a+b)} = -\frac{1}{2}$.

E) Esta afirmación es falsa, pues si $2(a + b)^2 = c + d$, entonces $m = \frac{a + b}{2(a + b)^2} = \frac{1}{2(a + b)}$.

La alternativa correcta es D.

Ítem 13

Sea la expresión $(p^3q^2 + p^2q^2 + 2p^2q + 2pq)$. ¿Cuál de las siguientes expresiones es factor de esta?

A) $q + 2$
B) $q + 1$
C) $p + 2$
D) $pq + 1$
E) $pq + 2$

Resolución

Al factorizar la expresión, se obtiene:

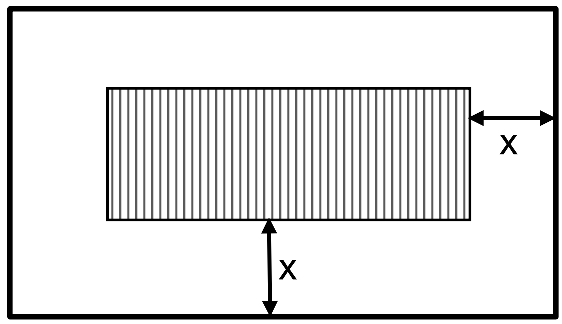
$$(p^3q^2 + p^2q^2 + 2p^2q + 2pq)$$
$$pq\left(p^2q + pq + 2p + 2\right)$$
$$pq(\ pq(p + 1) + 2(p + 1))$$
$$pq(pq + 2)(p + 1)$$

Los factores son pq, $(pq + 2)$ y $(p + 1)$.

La alternativa correcta es E.

Ítem 14

Se tiene una piscina con forma rectangular de (x + 2) metros de ancho y (x + 6) metros de largo, con x > – 2. Se desea poner un borde de cerámica de ancho **x** metros en todos sus lados, como lo muestra la figura adjunta.

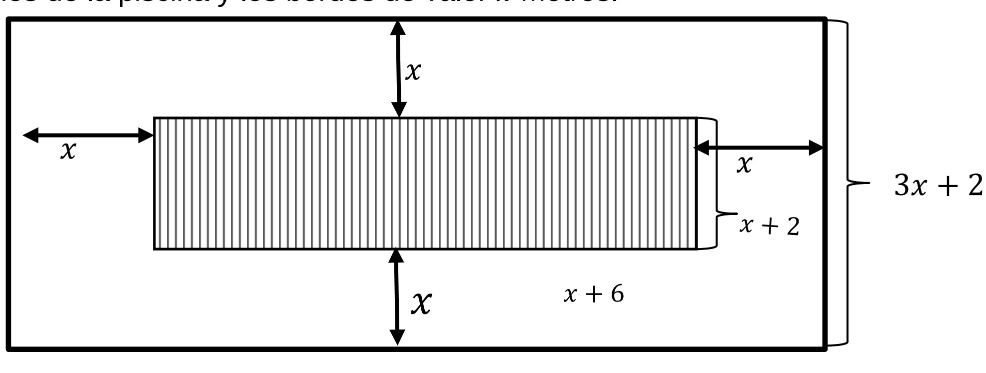


¿Cuál de las siguientes expresiones representa el área de cerámica que se desea poner?

A) $8x^2 + 16x$
B) $8x^2 + 24x$
C) $8x^2 + 16x + 24$
D) $10x^2 + 34x + 24$

Resolución

El área del borde en el que se desea poner cerámica se calcula restando el área total de terreno con el área de la piscina. Para las dimensiones del terreno total, se deben considerar las dimensiones de la piscina y los bordes de valor x metros.



Luego el área del terreno completo está dada por la multiplicación de $(3x + 2)(3x + 6) = 9x^2 + 24x + 12$. Y el área de la piscina por la multiplicación de $(x + 2)(x + 6) = x^2 + 8x + 12$.

Luego, al restar las dos áreas: $9x^2 + 24x + 12 - \left(x^2 + 8x + 12\right) = 8x^2 + 16x$.

La alternativa correcta es A.

Ítem 15

En la primera fase de un torneo, un equipo gana 7 partidos y pierde 3, mientras que en la segunda fase gana 6 partidos y pierde 4. Si en la primera fase cada victoria da (8x + 9y) puntos y cada derrota quita (4x + 5y) puntos, mientras que, en la segunda fase, estas cantidades se ven aumentadas al doble, ¿cuál fue la puntuación del equipo al final de la segunda fase?

A) 76x + 82y
B) 76x + 152y
C) 108x + 116y
D) 120x + 131y
E) 184x + 211y

Resolución

Al analizar la información del enunciado, se obtiene:

Puntaje de la primera fase:

$$7(8x + 9y) - 3(4x + 5y) = 56x + 63y - 12x - 15y = 44x + 48y$$

Puntaje de la segunda fase:

$$6 \cdot 2(8x + 9y) - 4 \cdot 2(4x + 5y) = 96x + 108y - 32x - 40y = 64x + 68y$$

Puntaje total:

$$44x + 48y + 64x + 68y = 108x + 116y$$

La alternativa correcta es C.

Ítem 16

La ley de gravitación universal es una de las leyes físicas formulada por Isaac Newton, donde describe la interacción gravitatoria entre cuerpos masivos, estableciendo una relación de proporcionalidad de la fuerza gravitatoria con la masa de los cuerpos. Esta ley se traduce en la siguiente fórmula:

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{d^2}$$

F : fuerza de atracción.
G : constante de gravitación.
m_1: masa de un cuerpo.
m_2: masa de otro cuerpo.
d : distancia entre los cuerpos.

Si F y G son constantes, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

A) m_1 es directamente proporcional a m_2 y a d^2.
B) m_2 es inversamente proporcional a m_1 y a d^2.
C) d es inversamente proporcional a m_1 y directamente proporcional a m_2.
D) m_1 es inversamente proporcional a m_2 y directamente proporcional a d^2.

Resolución

Para poder llegar a la afirmación verdadera se debe tener presente que:

a) Dos magnitudes **a** y **b** son directamente proporcionales si $\frac{a}{b}$ es un valor constante.
b) Dos magnitudes **a** y **b** son inversamente proprcionales si $a \cdot b$ es un valor constante.

En este caso, m_1 y m_2 son inversamente proporcionales; y son directamente proporcionales a d^2.

La alternativa correcta es D.

Ítem 17

Para cambiarse de departamento, cierta persona usa el ascensor del nuevo edificio para trasladar alguna de sus pertenencias. La carga que quiere subir consigo consiste en 3 bolsas de 5 kg cada una, 4 cajas de 10 kg cada una y 5 cajas de **x** kg cada una. Si la capacidad del ascensor es de 180 kg y la persona pesa 75 kg, ¿cuál de las siguientes inecuaciones permite calcular el valor máximo de **x**?

A) $3 \cdot 5 + 4 \cdot 10 + 5x \leq 180 - 75$
B) $3 \cdot 5 + 4 \cdot 10 + 5x \leq 180 + 75$
C) $3 \cdot 5 + 4 \cdot 10 + 5x \geq 180 - 75$
D) $3 \cdot 5 + 4 \cdot 10 + 5x \geq 180 + 75$

Resolución

Se debe notar que la carga más el peso de la persona debe ser menor o igual a la capacidad del ascensor, que es 180 kg. Al traducir a lenguaje algebraico, se obtiene:

$$3 \cdot 5 + 4 \cdot 10 + 5x + 75 \leq 180 \rightarrow 3 \cdot 5 + 4 \cdot 10 + 5x \leq 180 - 75$$

La alternativa correcta es A.

Ítem 18

Cinco octavos del área de un patio se encuentran pavimentados. Si (a + 2) representa la sección no pavimentada, ¿cuál de las siguientes expresiones corresponde al área total del terreno?

A) $\frac{8a+16}{5}$

B) $\frac{a+2}{8}$

C) $\frac{8a+16}{3}$

D) $\frac{8a+2}{3}$

Resolución

Si están pavimentados $\frac{5}{8}$ del patio de superficie total **x,** entonces los $\frac{3}{8}$ no están pavimentados. La porción no pavimentada corresponde a (a + 2), donde se obtiene:

$$\frac{3}{8} \cdot x = a + 2$$

Luego, al despejar **x,** se obtiene: $x = \frac{8a+16}{3}$

La alternativa correcta es C.

Ítem 19

Si $kx - 3 = 5x + 6$, con $k \neq 5$, ¿cuál es el intervalo de todos los valores de **k** tal que **x** tenga solución negativa?

A) $k > 3$
B) $k < -5$
C) $k < 4$
D) $k < 5$

Resolución

Para resolver, se debe despejar **x**:

$$kx - 5x = 6 + 3$$

$$x(k - 5) = 9$$

$$x = \frac{9}{k - 5}$$

Para calcular el intervalo de **k** tal que $x < 0$, se debe analizar la expresión $\frac{9}{k-5}$. Como el numerador es positivo, el denominador debe ser negativo:

$$k - 5 < 0$$

$$k < 5$$

La alternativa correcta es D.

Ítem 20

Dos bicicletas, una de aro 24 y otra de aro 20, tienen un valor en conjunto de \$270 000. Si la bicicleta de aro 20 cuesta la mitad que la bicicleta de aro 24, ¿cuál de las siguientes alternativas corresponde al valor de la bicicleta de aro 20?

A) \$45 000
B) \$90 000
C) \$180 000
D) \$202 500

Resolución

Sea **x** el precio de la bicicleta de aro 24 e **y** el precio de la bicicleta de aro 20. Entonces, con la información entregada en el enunciado, se puede construir el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\left.\begin{array}{c} x + y = 270\,000 \\ x = 2y \end{array}\right|$$

Sustituyendo **x** en la primera ecuación:

$$\begin{array}{c} 2y + y = 270\,000 \\ 3y = 270\,000 \\ y = 90\,000 \end{array}$$

La alternativa correcta es B.

Ítem 21

Considere el sistema de ecuaciones adjunto.

$$\left.\begin{array}{r}(3k + 5)x + 4y = 2 \\ -2x - 3y = 3\end{array}\right|$$

¿Cuál es el valor de **k** para que el sistema no tenga solución?

A) $-\frac{7}{9}$

B) $\frac{23}{9}$

C) $-\frac{19}{9}$

D) –1

Resolución

Para que un sistema de ecuaciones no tenga solución, se debe cumplir:

$$\frac{(3k+5)}{-2} = \frac{4}{-3} \neq \frac{2}{3}$$

Ahora, se trabaja la primera proporción para encontrar el valor de **k**

$$-3(3k + 5) = 4 \cdot (-2)$$

$$-9k - 15 = -8$$

$$-9k = 7$$

$$k = \frac{-7}{9}$$

La alternativa correcta es A.

Ítem 22

Si $\log_6(6a - 3b) = 2$ y $\log_2(5a - 2b) = 5$, entonces, ¿cuál es el valor de $4a - 5b$?

A) 3
B) 4
C) 8
D) 12

Resolución

Se aplica la definición de logaritmo, formando el siguiente sistema de ecuaciones:

$$6a - 3b = 6^2 = 36$$
$$5a - 2b = 2^5 = 32$$

Utilizando el método de reducción, se obtiene:

$$\begin{array}{r|l} 6a - 3b = 36 & / \cdot (-2) \\ 5a - 2b = 32 & / \cdot (3) \end{array}$$

$$\begin{array}{r|} -12a + 6b = -72 \\ 15a - 6b = 96 \end{array}$$

Al sumar ambas ecuaciones, se obtiene:

$$3a = 24$$
$$a = 8$$

Luego, al sustituir $a = 8$ en $6a - 3b = 36$ se obtiene el valor de **b**.

$$6 \cdot 8 - 3b = 36$$
$$-3b = 36 - 48$$
$$b = 4$$

Ahora, se calcula el valor de $4a - 5b$

$$4 \cdot 8 - 5 \cdot 4 = 32 - 20 = 12$$

La alternativa correcta es D.

Ítem 23

Para trasladar material de construcción, un camionero cobra $3000 por kilómetro recorrido más un cargo fijo de $120 000, mientras que otro camionero ofrece realizar el traslado cobrando solo $5000 por kilómetro recorrido. ¿Cuál es el número de kilómetros que se deben recorrer para que el cobro de ambos camioneros sea el mismo?

A) 15 km.
B) 24 km.
C) 60 km.
D) 75 km.

Resolución

El primer punto que hay que tener en cuenta es que se tienen dos funciones que representan el cobro de los dos camioneros, de las cuales se solicita encontrar el punto de intersección.

Respecto al primer camionero, se sabe que el costo variable es $3000 por kilómetro recorrido, mientras que el cargo fijo es $120 000.
En cuanto al segundo, el costo variable es de $5.000 por kilómetro recorrido, mientras que el cargo fijo es de $0.

Sea **y** el cobro en pesos y **x** los kilómetros recorridos, entonces:

$$\text{Opción 1}: y = 3000x + 120\,000$$

$$\text{Opción 2}: y = 5000x$$

Aplicando método de igualación

$$5000x = 3000x + 120000$$

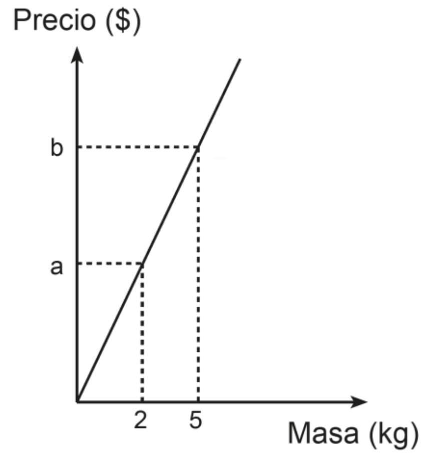
$$2000x = 120000$$

$$x = 60 \text{ km}$$

La alternativa correcta es C.

Ítem 24

El gráfico adjunto modela el precio de un producto en función de su masa.



Si el precio de 3 kg de este producto es igual al precio de 4 kg de un segundo producto, ¿cuál de las siguientes alternativas modela el precio de **x** kg de este segundo producto?

A) $n(x) = \frac{3a}{8}x$

B) $g(x) = \frac{a}{8}x$

C) $h(x) = \frac{3b}{8}x$

D) $c(x) = \frac{3b}{10}x$

Resolución

Según el gráfico, 2 kg del primer producto tienen un precio de $**a**, por lo que 1 kg de este producto tiene un precio de $ $\frac{a}{2}$. Luego, se indica que 3 kg de este producto equivalen a 4 kg de un segundo producto, esto es, $3 \cdot \frac{a}{2} = 4p \rightarrow p = \frac{3a}{8}$. donde **p** es el precio por kg del segundo producto. Finalmente, la función para el precio de **x** kg de este segundo producto es $f(x)= \frac{3a}{8}x$.

La alternativa correcta es A.

Ítem 25

Se tiene la siguiente ecuación: $-4x^2 - 5x + k = 3$. ¿Cuál es el conjunto de valores de **k** para que dicha ecuación tenga dos soluciones reales y distintas?

A) $k < -\frac{73}{16}$

B) $k > -\frac{22}{16}$

C) $k = -\frac{23}{16}$

D) $k > \frac{23}{16}$

Resolución

Para que una ecuación de segundo grado de la forma $ax^2 + bx + c = 0$ tenga dos soluciones reales y distintas, el discriminante debe ser mayor que cero:

$$b^2 - 4ac > 0$$

Despejando y reemplazando los valores de los coeficientes, se obtiene:

$$-4x^2 - 5x + (k - 3) = 0$$

$$(-5)^2 - 4 \cdot (-4) \cdot (k - 3) > 0$$

$$25 + 16k - 48 > 0$$

$$16k > 23$$

$$k > \frac{23}{16}$$

La alternativa correcta es D.

Ítem 26

Si $\boldsymbol{\alpha}$ y $\boldsymbol{\beta}$ son las soluciones de la ecuación cuadrática $x^2 - 7x + 12 = 0$, ¿cuál es el valor numérico de la expresión $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$?

A) $\frac{1}{7}$

B) $\frac{2}{7}$

C) $\frac{7}{2}$

D) $\frac{12}{7}$

E) $\frac{7}{12}$

Resolución

Para resolver este problema, se factoriza la expresión y se determinan las soluciones:

$$x^2 - 7x + 12 = 0$$

$$(x - 3)(x - 4) = 0$$

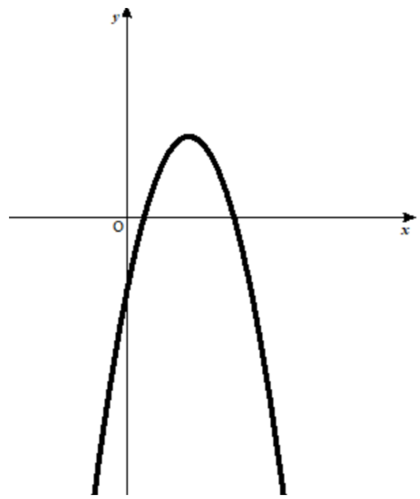
Por lo tanto, las soluciones son 3 y 4. Al reemplazar en la expresión solicitada, se obtiene:

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{7}{12}$$

La alternativa correcta es E.

Ítem 27

Considere el gráfico de una parábola adjunto.



¿Cuál de las siguientes funciones representa mejor a la del gráfico?

A) $p(x) = -x^2 - 5x - 3$
B) $q(x) = -x^2 + 5x - 3$
C) $r(x) = -x^2 + 5x + 3$
D) $t(x) = -x^2 - 5x + 3$

Resolución

La función es de la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$.

La gráfica es cóncava hacia abajo, luego $a < 0$.

Interseca al eje y en el punto (0, c), en la gráfica la parábola interseca al eje Y en su parte negativa, luego $c < 0$, entonces puede ser p(x) o q(x).

El eje de simetría es $x = \frac{-b}{2a}$ y el vértice están en el primer cuadrante, por lo tanto, la componente **x** del vértice es positiva. Como **a** es negativo, **–b** debe ser negativo, por lo que **b** debe ser positivo.

Por lo tanto, la función que representa **mejor** a la función graficada es:

$$q(x) = -x^2 + 5x - 3$$

La alternativa correcta es B.

Ítem 28

Raúl se propone calcular el vértice de la función cuadrática $f(x) = 2x^2 + 4x - 5$ y para ello propone los siguientes pasos:

Paso 1: Determinación de factores de la ecuación cuadrática: a = 2, b = 4, c = 5.

Paso 2: Reemplazar factores en el vértice de la parábola:

$$V = \left(\frac{-b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a}\right) = \left(-\frac{2}{2}, \frac{4 \cdot 4 \cdot 5 - 2^2}{4 \cdot 2}\right)$$

Paso 3: Resuelve productos y potencias:

$$V = \left(-\frac{2}{2}, \frac{4 \cdot 4 \cdot 5 - 2^2}{4 \cdot 2}\right) = \left(-\frac{2}{2}, \frac{80 - 4}{8}\right)$$

Paso 4: Calcular el vértice:

$$V = \left(-1 , \frac{19}{2}\right)$$

¿En qué paso ocurrió el primer error?

A) Paso 1
B) Paso 2
C) Paso 3
D) Paso 4

Resolución

El primer error está en el paso 1, en la determinación de los factores, los cuales son:

$$a = 2,\ b = 4,\ c = -5$$

La alternativa correcta es A.

Ítem 29

Un arquero lanza una flecha desde una posición de 1,5 metros de altura. La flecha sigue una trayectoria parabólica cuya función es $f(t) = -\frac{1}{18}t^2 + \frac{4}{9}t + \frac{3}{2}$, donde f(t) representa la altura de la flecha y **t** el tiempo, en segundos, que la flecha permanece en el aire. La flecha atraviesa una manzana, la cual se encuentra a 1 metro de altura del piso. ¿Cuánto tiempo estuvo la flecha en el aire hasta que atravesó la manzana?

A) 1 segundo.
B) 9 segundos.
C) 15,5 segundos.
D) 21 segundos.

Resolución

Se debe igualar la función a la altura en que se encuentra la manzana y resolver la ecuación.

$$-\frac{1}{18}t^2 + \frac{4}{9}t + \frac{3}{2} = 1$$

$$-\frac{1}{18}t^2 + \frac{4}{9}t + \frac{1}{2} = 0 \quad /\cdot(-18)$$

$$t^2 - 8t - 9 = 0$$

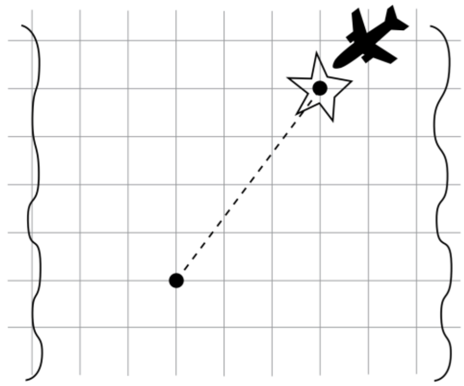
$$(t + 1)(t - 9) = 0$$

Luego, se tiene que $t = -1$ y $t = 9$. Se descarta el tiempo negativo, por lo que estuvo en el aire 9 segundos.

La alternativa correcta es B.

Ítem 30

Un piloto de aerolínea comercial debe volar desde la ciudad de Santiago hasta Concepción en línea recta y sin detenerse. En el diagrama, las líneas horizontales son llamadas paralelos y las líneas verticales son llamadas meridianos.



Si entre paralelos y meridianos consecutivos hay 100 km de distancia y los puntos en la imagen representan a las ciudades, ¿cuántos kilómetros recorrerá el avión en este viaje?

A) 250
B) 500
C) 700
D) 1400
E) 1500

Resolución

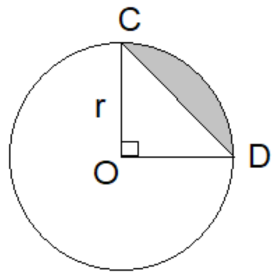
Debido a que son 3 cuadros en la horizontal y 4 en la vertical, se puede utilizar el trío pitagórico 3, 4, 5, siendo 5 la hipotenusa del triángulo rectángulo.

Por lo tanto, como la distancia entre paralelos y meridianos consecutivos es igual a 100 km, la distancia que recorrerá el avión es igual a 500 km.

La alternativa correcta es B.

Ítem 31

En la figura, el radio de la circunferencia es **r** cm.



¿Cuál de las siguientes expresiones permite calcular el área, en cm^2, de la zona sombreada?

A) $\frac{r^2}{4} \cdot (\pi - 2)$

B) $\frac{r}{2} \cdot (\pi - r)$

C) $\frac{r^2}{2} \cdot (2\pi - 1)$

D) $\frac{r^2}{4} \cdot (2\pi + 1)$

Resolución

Como O es el centro de la circunferencia, entonces OC = OD = r. El área del sector circular COD equivale a un cuarto del área de la circunferencia.

El área de la zona sombreada es:

A = Área del sector COD – Área del triángulo COD.

El área del sector circular COD es: $\frac{\pi r^2}{4}$.

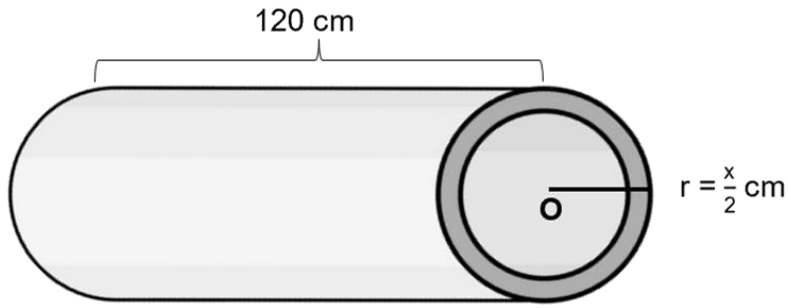
El área del triangulo COD es: $\frac{r^2}{2}$.

Luego el área sombreada es: $\frac{\pi r^2}{4} - \frac{r^2}{2} = \frac{r^2}{4}(\pi - 2)$ cm^2.

La alternativa correcta es A.

Ítem 32

Una empresa desea construir un tubo de cobre de forma cilíndrica de radio **r**, con las dimensiones que se muestran en la siguiente figura:



Si se sabe que el grosor del tubo es de 2 cm, ¿cuál de las siguientes expresiones representa el volumen del cobre usado en la construcción de este tubo?

A) $60\pi (x + 4)$ cm^3.

B) $120\pi (x + 2)$ cm^3.

C) $240\pi (x - 4)$ cm^3.

D) $240\pi (x - 2)$ cm^3.

Resolución

Para calcular el valor del volumen de un cilindro, se sabe que se debe calcular como $r^2 \cdot \pi \cdot h$. Si se requiere saber la cantidad cobre que se necesita para contruir la cañeria, se deben restar ambos volumenes, es decir el volumen del cilindro exterior menos el cilindro interior. Con la información del enunciado, se obtiene que la altura del cilindro es 120 cm.

Volumen cilindro exterior:

$$\left(\frac{x}{2}\right)^2 \cdot \pi \cdot 120 = 30x^2 \pi$$

Volumen cilindro interior:

$$\left(\frac{x}{2} - 2\right)^2 \cdot \pi \cdot 120 = 30x^2 \pi - 240x \pi + 480\pi$$

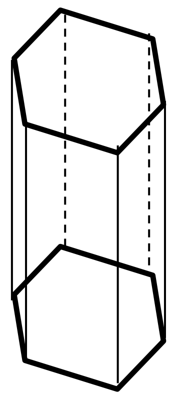
Se restan ambos volumenes, quedando:

$$30x^2 \pi - (30x^2 \pi - 240x \pi + 480\pi) = 240x \pi - 480\pi = 240\pi (x - 2) \text{ cm}^3.$$

La alternativa correcta es D.

Ítem 33

En el siguiente prisma recto, las bases son hexágonos regulares compuestos cada uno por 6 triángulos equiláteros de lado 6 cm:



Si la altura del prisma mide 10 cm, ¿cuál es el volumen del prisma?

A) $90\sqrt{3}$ cm^3.

B) $180\sqrt{3}$ cm^3.

C) $540\sqrt{3}$ cm^3.

D) $1080\sqrt{3}$ cm^3.

Resolución

El volumen de un prisma se calcula con la expresión $A_b \cdot h$, siendo A_b el área de una base y **h** la altura.

La base es un hexágono regular, cuya área es $\frac{3 \cdot \text{lado}^2 \cdot \sqrt{3}}{2}$, que resulta de calcular el área de los 6 triángulos equiláteros que forman el hexágono.

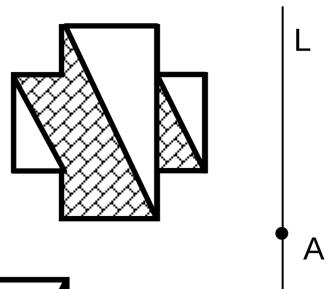
En este caso, el lado del hexágono es 6 cm y la altura **h** del prisma es 10 cm

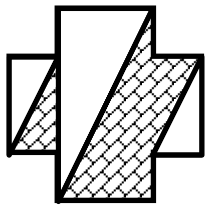
$$V = \frac{3 \cdot \text{lado}^2 \cdot \sqrt{3}}{2} \cdot h = \frac{3 \cdot 6^2 \cdot \sqrt{3} \cdot 10}{2} = 540\sqrt{3} \text{ cm}^3.$$

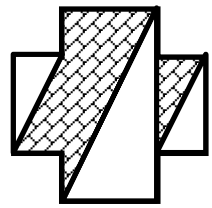
La alternativa correcta es C.

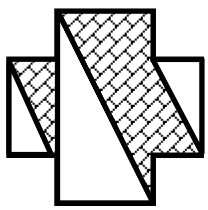
Ítem 34

Si a la figura se le realiza una reflexión en torno a la recta L y luego una rotación en 270° con respecto al punto A, ¿cuál de las siguientes opciones representa mejor el resultado de estas transformaciones?



A) 

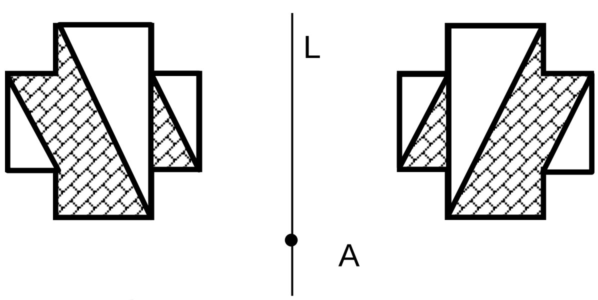
B) 

C) 

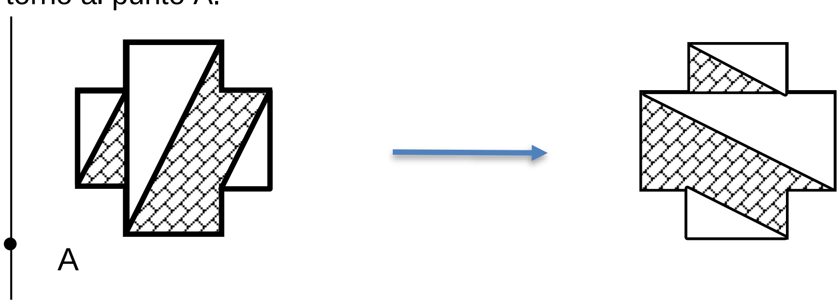
D)

Resolución

Se realiza primero la reflexión con respecto a la recta L.



Ahora, una rotación en 270° en torno al punto A.



La alternativa correcta es D.

Ítem 35

Sea (a – b, a + b) un punto en el plano cartesiano, con **a** y **b** números enteros, al cual se le aplica una rotación positiva de **k** grados en torno al origen. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

Si el punto resultante es:

A) (a + b, a – b), entonces **k** es 360.
B) (a – b, b – a), entonces **k** es 270.
C) (a – b, a – b), entonces **k** es 180.
D) (– a – b, a – b), entonces **k** es 90.

Resolución

A) Al rotar el punto (a – b, a + b) en 360°, se obtiene (a – b, a + b), por lo tanto, esta afirmación es falsa.

B) Al rotar el punto (a – b, a + b) en 270°, se obtiene (a + b, b – a), por lo tanto, esta afirmación es falsa.

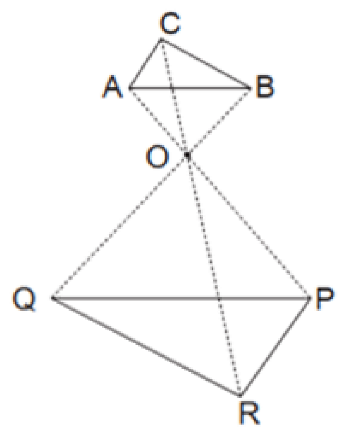
C) Al rotar el punto (a – b, a + b) en 180°, se obtiene (b – a, – a – b), por lo tanto, esta afirmación es falsa.

D) Al rotar el punto (a – b, a + b) en 90°, se obtiene (– a – b, a – b), por lo tanto, esta afirmación es verdadera.

La alternativa correcta es D.

Ítem 36

En la figura adjunta, se muestra una homotecia de centro O que transforma el triángulo ABC en el triángulo PQR.



Si $\overline{AC}$ = 2 cm, $\overline{BC}$ = 5 cm, $\overline{AB}$ = 6 cm y $\overline{PQ}$ = 15 cm, ¿cuál es la razón de homotecia?

A) –7,5
B) –3,0
C) –2,5
D) 2,5

Resolución

Se observa que el lado AB es homólogo al lado PQ, por lo que la razón de homotecia se obtiene dividiendo ambos valores:

$$\frac{PQ}{AB} = \frac{15}{6} = 2{,}5$$

A este resultado, se le debe agregar el signo negativo, ya que la homotecia es inversa. Por lo tanto, la razón de homotecia es $k = -2{,}5$.

La alternativa correcta es C.

Ítem 37

A un círculo de radio **r** se le realiza una homotecia cuya razón es **–p**, con $p > 0$. ¿Cuál es el área y el perímetro, respectivamente, del círculo homotético?

A) $\pi p^2 r^2$ cm^2 y $-2\pi rp$ cm.
B) πp^2 cm^2 y $2\pi p$ cm.
C) $\pi p^2 r$ cm^2 y $2\pi rp$ cm.
D) $\pi p^2 r^2$ cm^2 y $2\pi rp$ cm.

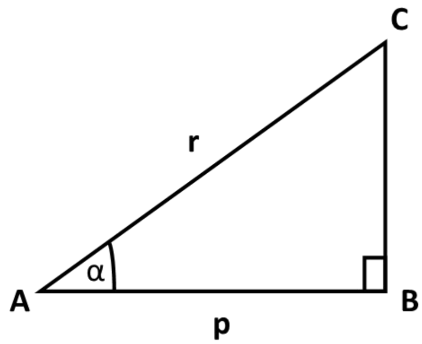
Resolución

Si el círculo original tiene radio igual a **r** cm, al realizarle una homotecia de razón **–p**, con $p > 0$, el nuevo perímetro será $2\pi rp$ cm. Por otra parte, el área se calcula como πr^2, por lo que el área del círculo homotético $\pi p^2 r^2$ cm^2.

La alternativa correcta es D.

Ítem 38

En el triángulo ABC de la figura, **r** y **p** corresponden a las medidas, en centímetros, de $\overline{AC}$ y $\overline{AB}$, respectivamente.



¿Cuál es el valor de sen (α)?

A) $\frac{\sqrt{r^2 - p^2}}{r}$

B) $\frac{\sqrt{r^2 + p^2}}{r}$

C) $\frac{r}{\sqrt{r^2 - p^2}}$

D) $\frac{r}{\sqrt{r^2 + p^2}}$

Resolución

Para realizar el cálculo de la tangente del ángulo α en función de **p** y **r**, se debe calcular:

$$\text{Sen} \propto = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{Hipotenusa}} \ (1)$$

Se debe calcular el cateto opuesto utilizando el teorema de Pitágoras.

$$p^2 + \overline{BC}^2 = r^2$$

$$\overline{BC}^2 = r^2 - p^2$$

$$\overline{BC} = \sqrt{r^2 - p^2} \ (2)$$

Luego reemplazando (2) en (1): $\text{sen} \propto = \frac{\sqrt{r^2 - p^2}}{r}$

La alternativa correcta es A.

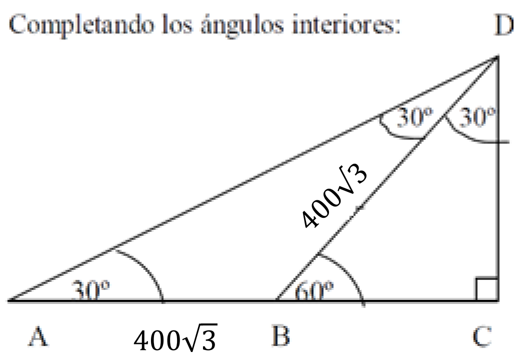
Ítem 39

Un vehículo va en línea recta en dirección a un edificio. En cierto instante, el conductor observa la cumbre del edificio con un ángulo de elevación de 30° y, 16 segundos después, el ángulo de elevación es 60°. Si se ignora la altura del suelo a los ojos del conductor y se sabe que el vehículo va con una rapidez de $25\sqrt{3}\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, ¿cuál es la altura del edificio?

A) 600 metros.
B) 400 metros.
C) 300 metros.
D) 200 metros.
E) 100 metros.

Resolución

Al representar esta situación en un diagrama con la información del enunciado, se aprecia la formación del triángulo isósceles ABD, por lo que se obtiene:



Al calcular el seno del ángulo CBD, se obtiene:

$$\text{sen}(60°) = \frac{DC}{DB} \rightarrow DC = 400\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 600 \text{ metros}$$

La alternativa correcta es A.

Ítem 40

En una encuesta realizada en un colegio, se encuestaron 66 alumnas y 56 alumnos. Del total, 63 pertenecían a tercero medio y el resto a cuarto medio.

	Alumnas	Alumnos
Tercero medio		
Cuarto medio		

Si del grupo de alumnos 30 pertenecen a tercero medio, ¿cuál es el valor que debe ir en el casillero gris de la tabla de doble entrada?

A) 26
B) 30
C) 33
D) 36

Resolución

Completando la tabla con los datos del enunciado, se tiene que:

El total de alumnas es 66 y el total de alumnos es 56, por lo tanto, son 66 + 56 = 122 entre tercero medio y cuarto medio.

Si, 63 pertenecen a tercero medio, entonces 122 – 63 = 59 pertenecen a cuarto medio.

Luego, si 30 alumnos pertenecen a tercero medio, entonces 56 – 30 = 26 pertenecen a cuarto medio y 63 – 30 = 33 son alumnas que pertenecen a tercero medio.

Por lo tanto, 66 – 33 = 33 son las alumnas de cuarto medio. Como muestra la tabla adjunta

	Alumnas	Alumnos	Total
Tercero medio	33	30	63
Cuarto medio	33	26	59
Total	66	56	122

Por lo tanto, en el casillero gris son 33 alumnas de cuarto medio.

La alternativa correcta es C.

Ítem 41

Un encuestador consulta a diferentes personas acerca de las veces que consumen helado al mes. El estudio se lleva a cabo durante un mes, y el encuestador determina el promedio de consumo semanalmente, como se muestra en la tabla adjunta.

Semana	Número de encuestados	Promedio
1	25	3,5
2	40	3,8
3	30	3,1
4	25	3,3

¿De qué manera se puede determinar el promedio de consumo de helado mensual considerando a todos los encuestados?

A) Sumando todos los valores de la columna "Promedio" y luego dividir ese resultado por 4.

B) Sumando todos los valores de la columna "Promedio" y luego dividir ese resultado por la suma de todos los valores de la columna "Número de encuestados".

C) Multiplicando cada valor de la columna "Número de encuestados" por su respectivo promedio, sumar todos esos valores y dividirlo por la cantidad de días en que se llevó a cabo el estudio.

D) Multiplicando cada valor de la columna "Número de encuestados" por su respectivo promedio, sumar todos esos resultados y dividirlo por la suma de todos los valores de la columna "Número de encuestados".

Resolución

Para calcular el promedio se debe Multiplicar cada valor de la columna "Número de encuestados" por su respectivo promedio, sumar todos esos resultados y dividirlo por la suma de todos los valores de la columna "Número de encuestados".

La alternativa correcta es D.

Ítem 42

La tabla adjunta muestra la cantidad de kilómetros recorridos por un grupo de personas de distintas edades en un determinado período de tiempo, las cuales se agrupan por intervalos, como lo muestra la tabla. Según esta información, ¿cuál de las siguientes afirmaciones verdadera?

Km	[1, 3[	[3, 5[	[5, 7[	[7, 9[	[9, 11]
n° de deportistas	8	11	7	14	10

A) El promedio de la muestra a partir de la marca de clase es 10.
B) La mediana se encuentra en el intervalo [5, 7[.
C) La moda se encuentra en el intervalo [7, 9[.
D) El rango de la muestra es igual a 9.

Resolución

Al analizar cada una de las afirmaciones, se obtiene:

A) Esta afirmación es falsa, pues el promedio a partir de la marca de clase se calcula mediante la siguiente expresión: $\bar{x} = \frac{2 \cdot 8 + 4 \cdot 11 + 6 \cdot 6 + 8 \cdot 15 + 10 \cdot 10}{50} = 6{,}32$.

B) Esta afirmación es verdadera, pues la mediana de los kilómetros corresponde a la persona ubicada en la posición 25. Al buscar este valor en las frecuencias acumuladas, la mediana está en el intervalo [5, 7[.

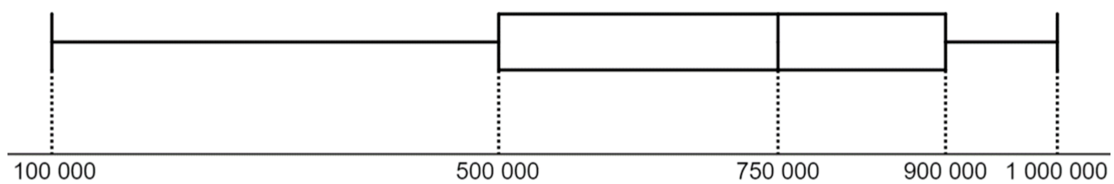
C) Esta afirmación es falsa, pues de acuerdo con la información, no se puede saber dónde está la moda. El intervalo modal es [7, 9[.

D) Esta afirmación es falsa, pues el rango se puede determinar, de acuerdo a la tabla, como la diferencia entre el límite superior del último intervalo y el límite inferior del primero. En este caso, 11 – 1 = 10.

La alternativa correcta es B.

Ítem 43

Según una encuesta realizada por un grupo de alumnos para analizar los ingresos en Chile (en pesos), se observa el siguiente diagrama de cajas:



¿Cuál de las siguientes afirmaciones es **siempre** verdadera?

A) La cantidad de personas cuyo ingreso está entre \$100 000 y \$500 000 es mayor que la cantidad de personas cuyo ingreso está entre \$900 000 y \$1 000 000.
B) La mediana de los ingresos es de \$750 000.
C) El promedio de los ingresos es de \$500 000.
D) El rango intercuartil de la muestra es \$900 000.

Resolución

Al analizar cada una de las alternativas, se tiene que:

A) Esta afirmación es falsa. Entre el dato menor (\$100 000) y el primer cuartil (\$500 000), se tiene al menos el 25 % del total de las personas encuestadas, al igual que entre el tercer cuartil (\$900 000) y el dato mayor (\$1 000 000).

B) Esta afirmación es verdadera, pues la mediana de los ingresos se encuentra en el segundo cuartil, que es igual a \$750 000.

C) Esta afirmación es falsa. Como el diagrama de caja entrega información sobre el dato menor, cuartiles y dato mayor, **no** se puede conocer cuál es el promedio de los ingresos registrados.

D) Esta afirmación es falsa. El rango intercuartil está determinado por la resta entre el cuartil 3 y el cuartil 1. En este caso, el rango intercuartil se calcula como \$900 000 – \$500 000 = \$400 000.

La alternativa correcta es B.

Ítem 44

La desviación estándar de un conjunto de datos es **p**. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es **siempre** verdadera?

A) Si a cada elemento del conjunto de datos se le suma **p**, la nueva desviación estándar será igual a 2p.

B) Si a cada elemento del conjunto de datos se le suma **k**, la nueva desviación estándar será igual a p + k.

C) Si cada elemento del conjunto de datos se reduce a la mitad, la nueva desviación estándar será igual a $\frac{p}{2}$.

D) Si cada elemento del conjunto de datos se aumenta en un 10 %, la desviación estándar se mantiene constante.

Resolución

A) Esta afirmación es falsa, pues la desviación estándar no cambia si a los datos se les agrega un valor.

B) Esta afirmación es falsa, pues la desviación estándar no cambia si a los datos se les agrega un valor.

C) Esta afirmación es verdadera, pues todos los datos fueron multiplicados por 0,5, por lo que la nueva desviación estándar es **0,5p**.

D) Esta afirmación es falsa, pues la desviación estándar cambia a **1,1p**.

La alternativa correcta es C.

Ítem 45

La tabla adjunta muestra el intervalo de estaturas, en cm, de los integrantes de un club de natación.

Intervalo	Frecuencia relativa acumulada
[160, 180[	0,4
[180, 200]	1

Considerando la información de la tabla, ¿cuál de los siguientes valores es más cercano a la desviación estándar de la estatura obtenida a partir de la marca de clase?

A) 182 cm.
B) 96 cm.
C) 10 cm.
D) 9 cm.

Resolución

Al calcular la mediana usando la marca de clase, se obtiene:

$$\bar{x} = 170 \cdot 0{,}4 + 190 \cdot 0{,}6 = 182 \text{ cm}$$

Al calcular la desviación estándar, se obtiene:

$$\sigma=\sqrt{(170 - 182)^2 \cdot 0{,}4 + (190 - 182)^2 \cdot 0{,}6} = \sqrt{144 \cdot 0{,}4 + 64 \cdot 0{,}6} = \sqrt{96} \approx 10 \text{ cm}$$

La alternativa correcta es C.

Ítem 46

Sean los conjuntos de datos A = {0, 6, 6, 6, 0}, B = {5, 0, 5, 5, 3} y C = {6, 6, 0, 6, 0}, cuyas desviaciones estándar son σ_A, σ_B y σ_C , respectivamente. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

A) $\sigma_B < \sigma_A = \sigma_C$
B) $\sigma_A = \sigma_B = \sigma_C$
C) $\sigma_B < \sigma_A < \sigma_C$
D) $\sigma_A = \sigma_C < \sigma_B$

Resolución

Se observa que los conjuntos A y C tienen los mismos datos, por lo que sus desviaciones estándar son iguales. Por otro lado, se observa que los tres conjuntos tienen el mismo promedio, ya que sus datos suman 18 y todos tiene 5 datos. Así, se ve que B es menos disperso que A y C, por lo que su desviación estándar es menor que la de A y C.

La alternativa correcta es A.

Ítem 47

En la entrada al cine, hay **t** personas esperando ingresar para ver una película. Por un corte de luz, la función está retrasada, por lo que el 40 % de las personas decide irse del lugar. Una vez que se repuso la luz, el resto de las personas ingresa al cine en fila, ¿de cuántas formas distintas pueden ingresar?

A) $\left(\frac{2t}{5}\right)!$

B) $\left(\frac{3t}{5}\right)!$

C) $\left(t-\frac{2}{5}\right)!$

D) $t!-\frac{2}{5}$

Resolución

El 40 % de las **t** personas no ingresa al cine, y el resto $\left(\frac{3t}{5}\right)$ ingresa a ver la película, uno a uno, es decir, realizando una permutación sin repetición (fila), la cual se calcula como la factorial de la cantidad total:

$$\text{Número de formas de abordar} = \left(\frac{3t}{5}\right)!$$

La alternativa correcta es B.

Ítem 48

El dueño de una tienda de muebles realiza un inventario de los productos que tiene, registrándolos en la siguiente tabla:

Tipos de muebles	Antiguo	Contemporáneo
Silla	16	10
Mesa	4	2
Mesa de centro	5	5
Sofá	2	4

Si se elige un mueble al azar, ¿cuál es la probabilidad de que el mueble escogido sea una silla contemporánea o un mueble antiguo?

A) $\frac{11}{12}$

B) $\frac{5}{6}$

C) $\frac{37}{48}$

D) $\frac{27}{48}$

Resolución

En total se tienen 48 muebles, mientras que las sillas contemporáneas o muebles antiguos suman un total de 37

Es por esto por lo que la probabilidad será igual a $P(x) = \frac{37}{48}$

La alternativa correcta es C.

Ítem 49

Una reunión de fanáticos de un determinado videojuego convocó a 500 jóvenes, de los cuales dos quintos son de sexo femenino. Al consultarles sobre el rol que prefieren en dicho videojuego, la mitad del grupo de sexo femenino escoge ser mago, un octavo prefiere el rol de luchador y el resto escoge el rol de lanzador. Por otra parte, un tercio del grupo de sexo masculino prefiere ser lanzador, dos quintos escoge ser luchador y el resto prefiere el rol de mago. Si se escoge a una persona al azar, ¿cuál es la probabilidad de escoger un fanatico de sexo femenino que prefiera el rol de lanzador o a un fanatico de sexo masculino que prefiera el rol de mago?

A) $\frac{31}{100}$

B) $\frac{29}{100}$

C) $\frac{39}{100}$

D) $\frac{77}{120}$

Resolución

Como a la reunión asistieron 500 jóvenes, de los cuales dos quintos son mujeres, entonces la cantidad de mujeres que asistieron corresponde a $\frac{2}{5} \cdot 500$ mujeres, por lo tanto, la cantidad de hombres corresponde a 500 – 200 = 300.

De las mujeres, la mitad prefiere el rol de mago, por lo tanto, las mujeres que prefieren el rol de mago son 100 mujeres. Un octavo de las mujeres prefiere el rol de luchador, por lo tanto, la cantidad de las mujeres que prefieren dicho rol es $\frac{1}{8} \cdot 200 = 25$ mujeres. Si el resto de las mujeres prefiere el rol de lanzador, entonces la cantidad de ellas que prefiere dicho rol es 200 – 100 – 25 = 75 mujeres.

De los 300 hombres, $\frac{1}{3}$ prefieren ser lanzadores, entonces: $\frac{1}{3} \cdot 300 = 100$ hombres que prefieren el rol de lanzador. Los hombres que prefieren el rol de luchador corresponden a $\frac{2}{5} \cdot 300 = 120$ hombres. Si el resto de los hombres prefiere ser mago, entonces 300 – 100 – 120 = 80 hombres prefieren ser magos.

Luego, la probabilidad solicitada es $\frac{75 + 80}{500} = \frac{155}{500} = \frac{31}{100}$

La alternativa correcta es A.

Ítem 50

En una fábrica de herramientas, un tercio de la producción corresponde a martillos y el resto a destornilladores. Entre los martillos, dos quintos se producen con mango de metal y los demás tienen mango de plástico y, entre los destornilladores, un cuarto se produce con mango de metal y el resto con mango de plástico. Si se escoge una herramienta al azar y esta tiene mango de plástico, ¿cuál es la probabilidad de que sea un martillo?

A) $\frac{1}{7}$

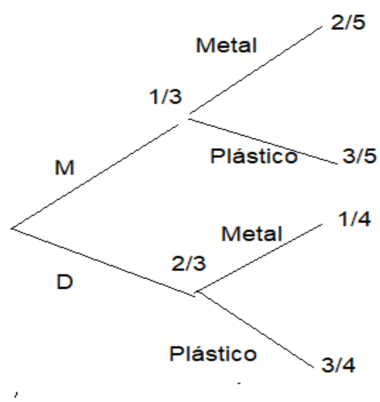
B) $\frac{2}{7}$

C) $\frac{1}{4}$

D) $\frac{3}{5}$

Resolución

Realizando un diagrama de árbol de la situación:



Así, la probabilidad pedida es:

$$\frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5}}{\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5} + \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4}} = \frac{2}{7}$$

La alternativa correcta es B.

Ítem 51

Una fábrica de botellas cuenta con una máquina de marca A, que elabora 5000 botellas diarias, y otra de marca B, que elabora 3000 botellas diarias. Al escoger una botella al azar de la máquina A, la probabilidad de que esté en buen estado es de un 95 %, mientras que, en la máquina B, la probabilidad de escoger una botella en buen estado es de un 94 %. Si se escoge al azar una botella de la fábrica y está es defectuosa, ¿cuál es la probabilidad que haya sido fabricada por la máquina de marca A?

A) $\frac{18}{43}$

B) $\frac{81}{86}$

C) $\frac{5}{43}$

D) $\frac{5}{86}$

E) $\frac{25}{43}$

Resolución

Se definen los eventos:
A: Botellas producida por la máquina A
B: Botellas producidas por la máquina B
BD: Botellas defectuosa.
Se debe calcular la probabilidad de que la botella haya sido fabricada por la máquina A siendo que venía defectuosa. Es decir, el evento A está condicionado por el evento BD.

$$P(A/BD) = \frac{P(A \cap BD)}{P(BD)}$$

Se sabe que la máquina A produce en total 5000 botellas y la máquina B un total de 3000, entonces la fábrica produce en total 8000 botellas. Además, se sabe que la probabilidad de que una botella en buen estado se fabrique en la máquina A es de un 95 %, por lo tanto, la probabilidad de que venga defectuosa es del 5 %. Eso quiere decir que hay 250 botellas de la maquina A que están defectuosas. Por otro lado, la probabilidad de que salga en buen estado de la máquina B es de 94 %, por lo tanto, que venga defectuosa de la máquina B es de 6 %. Entonces, hay 180 botellas defectuosas de la maquina B. Luego, la probabilidad solicitada es:

$$\frac{250}{250 + 180} = \frac{25}{43}$$

La alternativa correcta es E.

Ítem 52

Cierto banco ofrece en una de sus cuentas de ahorro una tasa de interés compuesto del **p** % mensual. Cierta persona deposita una cantidad **m** de pesos y no vuelve a hacer mas movimientos en su cuenta. Se puede determinar en cuánto tiempo triplicará el dinero en la cuenta si:

(1) se conoce el valor numérico de **p**.
(2) se conoce el valor numérico de **m**.

A) (1) por sí sola
B) (2) por sí sola
C) Ambas juntas, (1) y (2)
D) Cada una por sí sola, (1) o (2)
E) Se requiere información adicional

Resolución

Para determinar la información necesaria para resolver el problema, basta con recordar la fórmula de interés compuesto. Al reemplazar los valores, se obtiene:

$$C_f = C_i\left(1 + \frac{p}{100}\right)^x$$

Donde C_f representa la cantidad final en la cuenta luego de **x** meses a una tasa del **p** % con una cantidad inicial en la cuenta C_i que no cambia. Al reemplazar la información del enunciado, se obtiene:

$$3m = m\left(1 + \frac{p}{100}\right)^x \rightarrow 3 = \left(1 + \frac{p}{100}\right)^x$$

Por lo tanto, para determinar lo solicitado, basta con conocer el valor numérico de **p**.

La alternativa correcta es A.

Ítem 53

Sea **p** un número real y **q** la función definida por $q(x) = (x - p)^2 - 9$, con dominio en el conjunto de los números reales. Se puede determinar el vértice de $q(x)$ si:

(1) el eje de simetría pasa por el punto $(-3, 8)$.
(2) una de sus intersecciones con el eje x es el punto $(6, 0)$.

A) (1) por sí sola
B) (2) por sí sola
C) Ambas juntas, (1) y (2)
D) Cada una por sí sola, (1) o (2)
E) Se requiere información adicional

Resolución

Las funciones $q(x) = (x - p)^2 - 9$, tienen su vértice en el punto $(p, -9)$.

(1) El eje de simetría en esta función es $x = p$, un punto de esta es $(-3, 8)$, significa que es $p = -3$, por lo que se puede obtener el vértice $(-3, -9)$. Sí permite resolver el problema.

(2) Si corta el eje x en el punto $(6, 0)$
$q(x) = (x - p)^2 - 9 \rightarrow (6 - p)^2 = 9$, por lo que **p** puede ser 3 o 9, por tanto, hay dos posibles valores para **p**. No permite resolver el problema.

La alternativa correcta es A.

Ítem 54

Se puede determinar el volumen de un cilindro si:

(1) su altura es equivalente a la diagonal de un cubo cuya arista mide 7 cm.
(2) el área de su base es equivalente a la de un cuadrado cuyo lado mide 5 cm.

A) (1) por sí sola
B) (2) por sí sola
C) Ambas juntas, (1) y (2)
D) Cada una por sí sola, (1) o (2)
E) Se requiere información adicional

Resolución

(1) Su altura es igual a la diagonal de un cubo cuya arista mide 7 cm. Con esta información, no se puede determinar el volumen del cilindro, ya que, si bien se puede determinar que la altura del cilindro es $7\sqrt{3}$ cm, no se conoce el área basal de este.

(2) El área de un cuadrado de lado 5 cm es 25 cm^2. Con esta información, no se puede determinar el volumen del cilindro, ya que no se conoce la altura de este.

Con ambas informaciones, se puede determinar el volumen del cilindro, ya que, el área de un cilindro es igual al producto entre el área de su base y su altura. Dado que la base tiene un área de 25 cm^2 y la altura es de $7\sqrt{3}$ cm, entonces el volumen del cilindro es $25 \cdot 7\sqrt{3} = 175\sqrt{3}$ cm^3.

Por lo tanto, la respuesta es ambas juntas.

La alternativa correcta es C.

Ítem 55

De una población de 10 elementos, es posible extraer un total de **m** muestras de tamaño **n**, sin orden ni reposición. A partir de la afirmación anterior es posible conocer el valor de **n** si:

(1) hay 120 posibles muestras en total, sin orden ni reposición.

(2) se obtiene exactamente la misma cantidad de muestras si el tamaño de estas es 7.

A) (1) por sí sola
B) (2) por sí sola
C) Ambas juntas, (1) y (2)
D) Cada una por sí sola, (1) o (2)
E) Se requiere información adicional

Resolución

Como las muestras son sin reposición y sin orden, son combinaciones

(1) Sea **x** el tamaño de la muestra. Si hay 120 muestras (m = 120), se tiene que $C_x^{10} = 120$. Al resolver, se obtiene que **x** puede ser 3 o 7. Por lo que hay dos posibles tamaños.
Esta afirmación no permite resolver el problema.

(2) Sea **x** el tamaño de la muestra. Si el tamaño de la muestra fuera 7, entonces C_7^{10} se resuelve y se obtiene 120 muestras (**m**). Luego se resuelve $C_x^{10} = 120$, en la que se obtiene que **x** puede ser 3 o 7. Como no puede ser 7, el tamaño de la muestra es 3.
Esta afirmación sí permite resolver el problema.

La alternativa correcta es la B.