

1. **La alternativa correcta es C**

Son fracciones de la forma $\frac{n}{n+1}$ y menores que $\frac{7}{9}$, los que son: $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$ y $\frac{3}{4}$.
Por lo tanto, son **3** fracciones que cumplen con la condición indicada.

2. **La alternativa correcta es E**

La región menos densamente poblada es la T.

$$D_T = \frac{8 \cdot 10^5}{2 \cdot 10^4} = 40$$

Por lo tanto, hay 40 habitantes por km².

3. **La alternativa correcta es B**

$$-25 - 24 - 23 - \dots - 3 - 2 - 1 + 0 + 1 + 2 + 3 + \dots + 23 + 24 + 25 + 26 = 26$$

De -25 a +26 hay $26 - (-25) + 1 = 52$ enteros

$$\text{Por lo tanto, } \bar{x} = \frac{26}{52} = \frac{1}{2}$$

4. **La alternativa correcta es E**

$$\text{Como } \sqrt{(5s - 2t)^2} = |5s - 2t| = 2t - 5s$$

Entonces, la suma es igual a 0.

5. **La alternativa correcta es D**

Colocando los menores valores posibles en la tercera fila se tiene:

$$1 + 16 + 0 + 46 + 61 = 124$$

Finalmente, $1 + 2 + 4 = 7$

6. **La alternativa correcta es C**

$$\frac{50^{50}}{25^{25}} = \frac{(2 \cdot 5^2)^{50}}{(5^2)^{25}} = \frac{2^{50} \cdot 5^{100}}{5^{50}}$$

$$2^{50} \cdot 5^{50} = (2^2 \cdot 5^2)^{25} = 100^{25}$$

7. **La alternativa correcta es D**

$$\begin{aligned}(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 &= 2 + 2\sqrt{6} + 3 \\ &= 5 + 2\sqrt{6}\end{aligned}$$

Luego, a 5 se debe sumar $2\sqrt{6}$.

8. **La alternativa correcta es D**

$$\frac{3 \cdot 4 - 3^2 + \left(\frac{1}{5}\right)^{-3}}{p^2} = 8$$

$$12 - 9 + 5^3 = 8p^2$$

$$p^2 = \frac{128}{8} = 16 \Rightarrow p = 4$$

9. **La alternativa correcta es A**

Como el numerador es siempre 3 y los denominadores son potencias de 2.

$$a_n = 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n \quad (\text{con } n = 1, 2, 3, \dots)$$

10. **La alternativa correcta es B**

$$\log_c a + \log_c b + \log_c b - \log_c a = 2 \log_c b \\ = 2n$$

11. **La alternativa correcta es C**

$$\log_7 243 = x \Rightarrow 7^x = 243 \\ 7^x > 49 \\ 7^x > 7^2 \Rightarrow x > 2$$

Pero también

$$7^x < 343 \\ 7^x < 7^3 \Rightarrow x < 3$$

12. **La alternativa correcta es C**

$$M_s = 3,3 + \log(A \cdot f) \\ M_s = 3,3 + \log 2.000 \cdot 0,2 \\ M_s = 3,3 + \log 400 \\ M_s = 3,3 + 2,6 \\ M_s = 5,9 \text{ (moderado)}$$

13. **La alternativa correcta es D**

$$T = \log_2 3 + \log_2 9 + \log_2 27 = 6 \log_2 3$$

Si $\log_2 3 = x$

Entonces,

$$2^x = 3 \quad /()^2$$

$$2^{2x} = 9$$

$$2^{2x} > 8$$

$$2^{2x} > 2^3 \Rightarrow x > \frac{3}{2}$$

También

$$2^x = 3 \quad /()^3$$

$$2^{3x} = 27$$

$$2^{3x} < 2^5 \Rightarrow x < \frac{5}{3}$$

Por lo tanto, $\frac{3}{2} < \log_2 3 < \frac{5}{3} / \cdot 6$

$$9 < 6 \log_2 3 < 10$$

Luego, $9 < T < 10$

14. **La alternativa correcta es D**

$$\begin{aligned} B(t) &= -30 \cdot \log_3 (t + 21) + 150 \\ &= -30 \log_3 81 + 150 \\ &= -120 + 150 \\ &= 30 \end{aligned}$$

$$\text{Por lo tanto, } 250 + \frac{30}{100} \cdot 250 = 325$$

15. **La alternativa correcta es C**

$$\begin{array}{l} 1^\circ \text{ descuento de un 50\% de } \$ 40.000 = \$ 20.000 \\ 2^\circ \text{ descuento de un 30\% de } \$ 40.000 = \$ 12.000 \\ \text{descuento de un 20\% de } \$ 28.000 = \$ 5.600 \\ \hline \$ 17.600 \end{array}$$

$$20.000 - 17.600 = 2.400 \text{ que es múltiplo de 12.}$$

16. **La alternativa correcta es B**

$$P + \frac{12}{100} P = \boxed{1,12P} \text{ nuevo precio}$$

$$1,12P + \frac{8}{100} \cdot 1,12P \text{ Consumidor}$$

$$1,12P (1 + 0,08) = \boxed{1,12 \cdot 1,08 \cdot P}$$

17. **La alternativa correcta es B**

Reemplazando los datos en la fórmula de interés compuesto se tiene:

$$C_f = 12.500.000 \left(1 + \frac{10}{100} \right)^2$$

$$C_f = 12.500.000 \cdot (1,1)^2$$

$$C_f = 12.500.000 \cdot 1,21$$

$$C_f = 15.125.000$$

18. **La alternativa correcta es A**

De acuerdo al gráfico, hay un costo fijo de 50.000 pesos, y si el costo total de producir 10 ampollitas es de 53.000 pesos, al descontar el cargo fijo, se tiene que el costo de fabricación de cada ampollita es de 300 pesos, entonces el costo total por la producción de 100 ampollitas es: $50.000 + 300 \cdot 100 = 80.000$

En relación a la venta de estas ampollitas, cada una tiene un precio de 1.200 pesos, por lo tanto, el dinero que se recibirá por la venta de 100 ampollitas es de 120.000 pesos.

Finalmente, la ganancia obtenida por la fabricación y venta de 100 ampollitas es: $120.000 - 80.000 = 40.000$

19. **La alternativa correcta es E**

Función de la forma $E = mC + n$, en que $n = 20$ y el punto $(100, 80)$ pertenece a la gráfica.

Luego,

$$m = \frac{80 - 20}{100} = \frac{60}{100} = 0,6$$

Por lo tanto, $E = 0,6C + 20$

20. **La alternativa correcta es B**

Para $0 \leq t \leq 10$, se tiene que $P(t) = at + b$, con los puntos $(0, 5)$ y $(10, 10)$, siendo entonces $P(t) = \frac{1}{2}t + 5$.

Por lo tanto, $P(6) = 8$ kg

Para $t \geq 10$,

$$\frac{120t - 1.000}{t + 10} = 16$$

$$120t - 1.000 = 16t + 160 \Rightarrow t \approx 11,15$$

21. **La alternativa correcta es C**

$$S + V + C = 22$$

$$S = n - 24$$

$$V = n - 23$$

$$C = n - 27$$

Luego,

$$(n - 24) + (n - 23) + (n - 27) = 22$$

$$3n = 96$$

$$n = 32$$

22. **La alternativa correcta es D**

Como tiene una rapidez de 100 metros por hora, en una hora avanzará 100 metros y al estar ya a una altura de 800 metros se le debe sumar estos 800 metros a los 100 metros.

23. **La alternativa correcta es D**

Se define un número par = $2x$ y un número impar = $2x + 1$

Sea $A = f(x) = y =$ Función aplicable a números impares

Para encontrar la función afín que determina la recta A, se calculan las pendientes entre puntos de una misma recta:

$$\begin{aligned}\frac{29 - 17}{3 - 1} &= \frac{y - 17}{x - 1} \\ \frac{12}{2} &= \frac{y - 17}{x - 1} \\ \frac{6}{1} &= \frac{y - 17}{x - 1} \\ 6(x - 1) &= y - 17 \\ 6x - 6 + 17 &= y \\ 6x + 11 &= y = f(x)\end{aligned}$$

Y, comparando con las relaciones expuestas en las alternativas, se llega a lo mismo, en la opción D

$$\begin{aligned}3(2x + 1) + 8 &= y \\ 6x + 3 + 8 &= y \\ 6x + 11 &= y = f(x)\end{aligned}$$

Análogamente, para la función B

Sea $B = g(x) = y =$ Función aplicable a números pares

$$\begin{aligned}\frac{56 - 16}{4 - 2} &= \frac{y - 16}{x - 2} \\ 10x - 4 &= y = g(x)\end{aligned}$$

Y, comparando con las relaciones expuestas en las alternativas, se llega a lo mismo, en la opción D

$$5(2x) - 4 = y = g(x)$$

24. **La alternativa correcta es A**

Costo por litro de la solución = costo Aloe Vera + costo alcohol

$$= \frac{x}{100} \cdot a + \frac{100 - x}{100} \cdot b \quad ; \text{ debe ser menor o igual a } c$$

Por lo tanto, la condición debe ser : $\frac{a \cdot x}{100} + \frac{b \cdot (100 - x)}{100} \leq c$

$$: \frac{a \cdot x}{100} + \frac{b \cdot (100 - x)}{100} \leq c / \cdot 100$$

$$: ax + b(100 - x) \leq 100c$$

25. **La alternativa correcta es D**

Ordenando el sistema

$$(1) x + y = 1 + 4a$$

$$(2) x - y = 1 - 4a$$

Multiplicando (1) por (2) queda $x^2 - y^2 = (1 + 4a)(1 - 4a) = 1 - 16a^2$

26. **La alternativa correcta es A**

$$M = \frac{0 - 200}{8 - 0} = -25$$

Luego,

$$f(t) = -25t + 200$$

Por lo tanto, $f(5) = -25 \cdot 5 + 200 = 75$

27. **La alternativa correcta es B**

Por un lado, se tiene la cantidad de cartones vendidos $x + y = 600$ y por otro lado se tiene la recaudación $1.500x + 3.500y = 1.800.000$ podemos concluir que el sistema

que representa la situación es
$$\left. \begin{array}{l} x + y = 600 \\ 1.500x + 3.500y = 1.800.000 \end{array} \right\}$$

28. **La alternativa correcta es E**

Sea x la cantidad de monedas de \$ 50 e y la cantidad de monedas de \$ 100, entonces

Resolviendo el sistema

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 15 \\ 50x + 100y = 1.100 \end{array} \right\}$$

Se determina que $x = 8$ e $y = 7$

29. **La alternativa correcta es A**

Para que el sistema no tenga solución se debe cumplir que

$$\frac{4m}{m} = \frac{2m}{-n} \neq 1$$

Esto se consigue con $m = 2$ y $n = -1$.

30. **La alternativa correcta es E**

Sea x el tiempo que necesita el otro trabajador en sembrar el terreno adicional y según la información dada, se tiene:

Nº de trabajadores (T)	Nº de horas (H)	Área del terreno (A)
2	6	$\pi(8)^2 = 64\pi$
1	x	$\pi(12)^2 - \pi(8)^2 = 80\pi$

Luego, notar que, para una misma cantidad de área, las magnitudes T y H son inversamente proporcionales y para una misma cantidad de trabajadores H y A son directamente proporcionales.

Así, la constante k de proporcionalidad del problema está dada por: $\frac{T \cdot H}{A} = k$

Reemplazando los valores:

$$\frac{2 \cdot 6}{64\pi} = \frac{1 \cdot x}{80\pi} \Leftrightarrow x = \frac{2 \cdot 6 \cdot 80\pi}{64\pi} \Leftrightarrow x = 15 \text{ horas}$$

31. **La alternativa correcta es E**

$$x + \frac{14}{x} = 9 \quad /x$$

$$x^2 + 14 = 9x$$

$$x^2 - 9x + 14 = 0$$

$$(x - 7)(x - 2) = 0$$

$$x = 7 \quad \text{ó} \quad x = 2 \quad (\text{menor valor})$$

$$\text{Luego, } x^2 + \frac{14}{x} = 4 + 7 = 11$$

32. **La alternativa correcta es C**

Si

área gallinas = G,

área patos = P

AB = CD = EF = X

BF = 60 - 3x

P = G + 40, luego

G + P = G + (G + 40) = (60 - 3x) · x

$2G + 40 = 60x + 3x^2 \Rightarrow G = -\frac{3}{2}x^2 + 30x - 20$

G será máxima para $x = -\frac{b}{2a} = \frac{-30}{-3} = 10$

Como x = 10, entonces BF = 60 - 30 = 30

Así las áreas de los gallineros es 10 · 30 = 300 m²

Como G = 130 m² y P = 170 m² y como P = 10 DF, entonces DF = 17.

33. **La alternativa correcta es B**

$$y = a \cdot (x - x_v)^2 + y_v$$

$$y = a \cdot (x - 4)^2 - 1$$

$$y = a \cdot (x^2 - 8x + 16) - 1 \quad (1)$$

Sustituyendo las coordenadas del otro punto tenemos

$$0 = a \cdot (5^2 - 8 \cdot 5 + 16) - 1$$

$$1 = a \cdot (25 - 40 + 16) - 1 \Rightarrow a = 1 \quad (2)$$

Sustituyendo (2) en (1)

$$y = 1 \cdot (x^2 - 8x + 16) - 1$$

$$y = x^2 - 8x + \mathbf{15} \text{ (corte con el eje y)}$$

34. **La alternativa correcta es D**

Si P = número de profesores y

A = número de alumnos

$$\frac{P}{A} = \frac{1}{50} \Rightarrow P = \frac{A}{50}$$

Luego,

$$\frac{P + 16}{A + 400} = \frac{1}{40}$$

$$\frac{4}{5}A + 640 = A + 400$$

$$240 = \frac{A}{5} \Rightarrow A = 1.200$$

35. **La alternativa correcta es B**

Para que el recipiente de la fuente pueda contener todo el chocolate contenido en el cilindro superior debe tener, por lo menos, el mismo volumen que el cilindro de arriba, por lo que se debe calcular el volumen de ambos cilindros e igualarlos.

$$V = \pi r^2 h$$

$$\pi \cdot 2^2 \cdot 6 = \pi \cdot 6^2 \cdot h$$

$$\frac{\pi \cdot 4 \cdot 6}{\pi \cdot 6^2} = h$$

$$\frac{2}{3} = h$$

36. **La alternativa correcta es C**

En el balde $r = 15$ cm su volumen es $V = 48 \cdot 225 \cdot 3 = 32.400$

Se coloca en el balde $\frac{4}{5} \cdot 32.400 = 25.920$

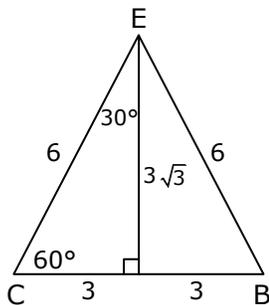
Como se derrama el 10%, entonces

$25.920 - 2.592 = 23.328$ (agua por viaje)

Volumen de $\frac{3}{4}$ del estanque es $\frac{3}{4} \cdot 300 \cdot 36 \cdot 50 = 405.000$

Luego, $\frac{405.000}{23.328} \approx 17,4$

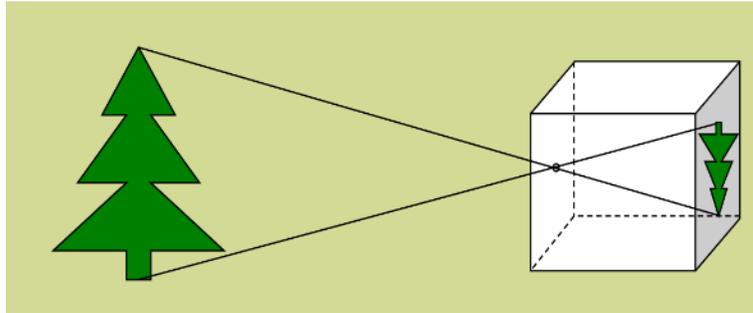
37. **La alternativa correcta es B**



$$\text{Área} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 3\sqrt{3} = 9\sqrt{3}$$

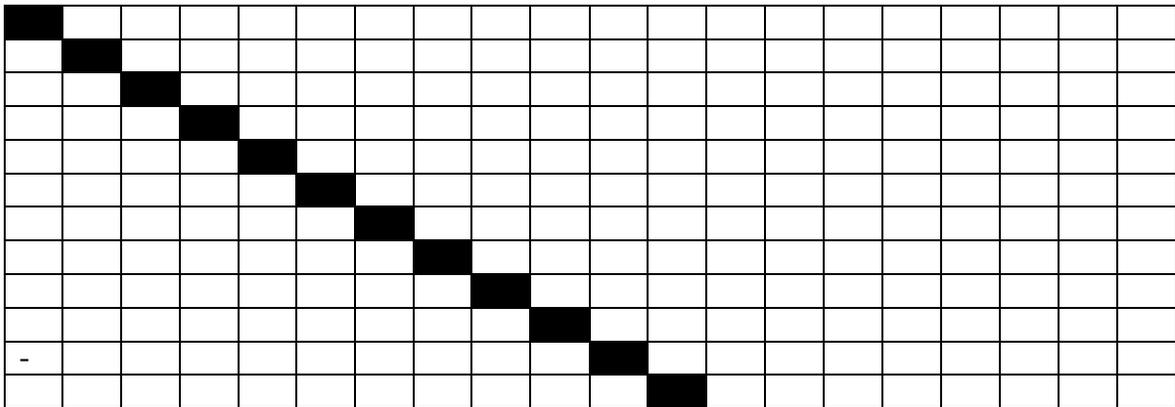
38. **La alternativa correcta es D**

Al observar nos podemos dar cuenta que la figura al proyectarse se invierte, es decir, es una homotecia inversa y cuya razón de homotecia k podría ser $0 < |k| < 1$.



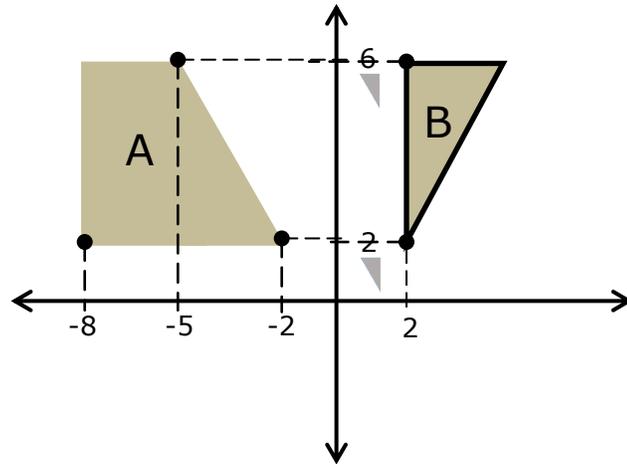
39. **La alternativa correcta es B**

Como las figuras (aves) son de 20 por 20 cm y se ubican según un vector traslación 20 cm hacia la derecha y 20 cm hacia abajo, al realizar el dibujo de la traslación se obtiene la siguiente figura.

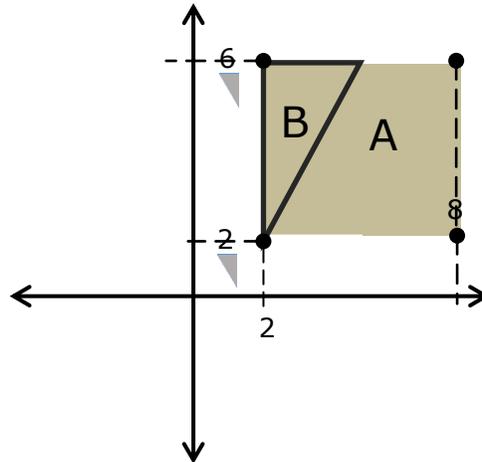


40. **La alternativa correcta es B**

Al realizar la traslación de la figura B, según el vector $(-1, 8)$ se obtiene lo siguiente:



Luego, si a la figura A se le aplica una reflexión respecto al eje y se obtiene:



Con lo que se forma un rectángulo.

41. **La alternativa correcta es E**

$$\begin{aligned} 3u + 2v &= 3(-4, 6) + 2(9, -2) \\ &= (-12, 18) + (18, -4) \\ &= (-12 + 18, 18 - 4) \\ &= (6, 14) \end{aligned}$$

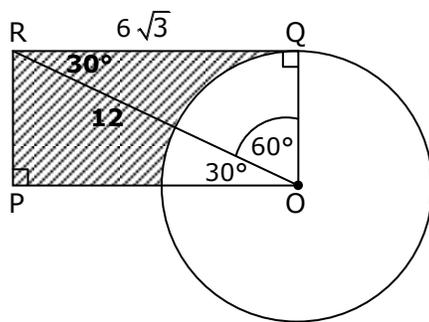
42. **La alternativa correcta es D**

El eje x en este caso se traza horizontalmente, 2 unidades por debajo de P y 3 unidades por debajo de Q.

El eje y se traza verticalmente 2 unidades a la derecha de P y a 1 unidad a la izquierda de Q.

Trazados los ejes cartesianos, se encuentra $R(2, -4)$.

43. **La alternativa correcta es D**



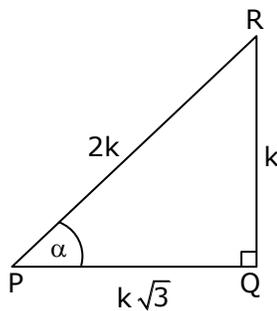
Del área del círculo se determina que $OQ = 6$

Área del rectángulo = $6 \cdot 6\sqrt{3} = 36\sqrt{3}$

Área $\frac{1}{4}$ círculo = $\frac{1}{4}\pi \cdot 6^2 = 9\pi$

Superficie achurada = $36\sqrt{3} - 9\pi$

44. **La alternativa correcta es D**



$$k\sqrt{3} > k$$

45. **La alternativa correcta es B**

El rango se define como la diferencia entre el mayor y el menor de los datos.
Por lo tanto, si calculamos el rango de los puntos del campeonato del 2022 tenemos
 $63 - 26 = 37$

46. **La alternativa correcta es E**

Cuando se suma la misma cantidad a todos los datos de una muestra, la desviación estándar no varía.

47. **La alternativa correcta es B**

Para calcular la varianza de los datos, se debe utilizar el promedio, el cual se calcula como: $\frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4}{4} = \bar{x}$

De donde: $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4\bar{x}$

Como: $x_1 + x_2 + x_3 = 20$, se tiene: $20 + x_4 = 4\bar{x}$

Por otro lado, $\bar{x} + x_4 = 15$, por tanto, $x_4 = 15 - \bar{x}$

Así entonces: $20 + 15 - \bar{x} = 4\bar{x} \Rightarrow 35 = 5\bar{x}$

Y, por ende, $\bar{x} = 7$ y $x_4 = 8$.

Del enunciado se desprende también que: $\bar{x} + x_2 = 14$, por lo que $x_2 = 7$.

Como:

$$x_1 + x_2 + x_3 = 20$$

$$x_1 + 7 + x_3 = 20$$

$$x_1 + x_3 = 13.$$

Finalmente, se indica que:

$$x_3 - x_1 = 1$$

Por lo que:

$$2 \cdot x_3 = 14$$

$$x_3 = 7$$

$$x_1 = 6.$$

Así entonces, los datos son: $x_1 = 6$, $x_2 = 7$, $x_3 = 7$ y $x_4 = 8$.

Por lo que la varianza será:

$$\text{Var} = \frac{(6 - 7)^2 + (7 - 7)^2 + (7 - 7)^2 + (8 - 7)^2}{4} = 0,5$$

48. **La alternativa correcta es D**

En el paso 4 no se considera que la segunda esfera que se saca sin reposición, por ende, la probabilidad que la segunda contenga un número primo ya no es igual a la primera, pues se reduce el espacio muestral y también los casos favorables. Por lo anterior, el error fue cometido en el paso 4.

El resultado correcto es $P(1^\circ \text{ primo y } 2^\circ \text{ primo}) = \frac{2}{5} \cdot \frac{7}{19} = \frac{14}{95}$

49. **La alternativa correcta es A**

Debemos calcular la probabilidad de que haya votado "Sí", dado que es mujer.

$$P(\text{votar Sí} / \text{mujer})$$

Entonces:

$$P(\text{votar Sí} / \text{mujer}) = \frac{P(\text{votar Sí} \cap \text{mujer})}{P(\text{mujer})} = \frac{\frac{190}{1.000}}{\frac{500}{1.000}} = \frac{190}{500} = 0,38$$

50. **La alternativa correcta es A**

Si el primer huevo extraído fue de color, entonces quedan 6 huevos, 3 de color y 3 blancos, luego la probabilidad pedida es $\frac{1}{2}$.

51. **La alternativa correcta es A**

Los buses que viajan a la costa son 16 y de estos los que pertenecen a la empresa "Starbus" son 10, por lo tanto, la probabilidad pedida es: $\frac{10}{16} = 0,625$

52. **La alternativa correcta es B**

(1) **Insuficiente.** n^{-1} podría ser $\frac{10}{4}$, luego $n = 0,4$, entonces $\frac{1}{0,4 - n}$ no es racional.

(2) **Suficiente.** Si n es racional distinto de $0,4$, la expresión representa un número racional.

53. **La alternativa correcta es C**

(1) **Insuficiente.**

$$f(x) + 3 = kx$$

$$f(x) = kx - 3$$

$$\text{Luego, } f(x) = 10 \Rightarrow kx - 3 = 10$$

$$kx = 13$$

$$x = \frac{13}{k}, \text{ no se puede conocer } x$$

(2) **Insuficiente.**

$$x = 10 \Rightarrow f(x) = 2$$

Con (1) y (2) Suficiente

$$f(x) = kx - 3$$

$$f(10) = 10k - 3 = 2$$

$$10k = 5$$

$$k = \frac{1}{2}$$

$$\text{Luego, } f(x) = \frac{1}{2}x - 3$$

$$\text{Si } f(x) = 10 \Rightarrow \frac{1}{2}x - 3 = 10$$

$$\frac{1}{2}x = 13$$

$$x = 26$$

54. **La alternativa correcta es C**

(1) **Insuficiente**

(2) **Insuficiente**

Con (1) y (2) juntas se determina que OD y OC son radios que miden 10 cm y que \overline{CD} es hipotenusa.

55. **La alternativa correcta es A**

(1) **Suficiente.**

Si consideramos los datos -3, -1, 0, 2 y 2 a los cuales se les está sumando un valor constante, ya que $h_1 = h_2 = h_3 = h_4 = h_5$ tenemos la propiedad de la desviación estándar, que dice si cada dato de una muestra se aumenta o se disminuye en un valor constante la desviación estándar no cambia.

(2) **Insuficiente.**

Si $\frac{h_1 + h_2 + h_3 + h_4 + h_5}{5} = 20$, entonces $h_1 + h_2 + h_3 + h_4 + h_5 = 100$ al no conocer

el valor particular de cada uno de esos datos no se puede calcular la desviación estándar $h_1 - 3$, $h_2 - 1$, h_3 , $h_4 + 2$ y $h_5 + 2$