1. **La alternativa correcta es B**

Pares de zapatillas	1	2	3	4
Valor unitario ($)	142.000	134.000	126.000	118.000

142.000 + 9(-8.000) = 142.000 – 72.000 = 70.000
$\Rightarrow$ 70.000 · 10 = 700.000

2. **La alternativa correcta es D**

Si p = 1, entonces 1 · q = 1 + q
Donde no existe valor para q que verifique la expresión.

3. **La alternativa correcta es C**

Si agua = $\frac{3}{4}$ · 16
Entonces
agua + x = $\frac{9}{10}$(x + 16)
$\frac{3}{4}$ · 16 + x = $\frac{9}{10}$(x + 16) / · 10
120 + 10x = 9x + 144
x = 24

4. **La alternativa correcta es D**

Mujeres = k
Hombres = k + 5
Total = 2k + 5

k $\rightarrow$ x%
2k + 5 $\rightarrow$ 100%
Entonces
x = $\frac{100k}{2k + 5}$%

5. **La alternativa correcta es A**

$\frac{A}{a} = \frac{B}{b} = \frac{D}{d} = k \Rightarrow A = ak;\ B = bk;\ D = dk$ (1)
De $(A + a)(B + b)(D + d) = M^3$
Se tiene de (1) $abd(k + 1)^3 = M^3$

$$x = \sqrt[3]{\frac{D^3AB}{D^2}} + \sqrt[3]{\frac{d^3ab}{d^2}}$$

$$x = \sqrt[3]{ABD} + \sqrt[3]{abd}$$

$$x = \sqrt[3]{akbkdk} + \sqrt[3]{abd}$$

$$x = \sqrt[3]{abdk^3} + \sqrt[3]{abd}$$

$$x = k\sqrt[3]{abd} + \sqrt[3]{abd}$$

$$x = \sqrt[3]{abd}(k + 1) \qquad /()^3$$

$$x^3 = \underbrace{abd(k + 1)^3} \Rightarrow$$

$$x^3 = \quad M^3 \quad /()^{\frac{1}{3}}$$

$$x = \quad M$$

6. **La alternativa correcta es D**

Si $a^3 = b^3$, entonces $\sqrt[3]{a^3} = \sqrt[3]{b^3}$, luego $a = b$

7. **La alternativa correcta es C**

$$\frac{21}{\sqrt[7]{3^5}} \cdot \frac{\sqrt[7]{3^2}}{\sqrt[7]{3^2}} = \frac{21\sqrt[7]{3^2}}{3} = 7\sqrt[7]{3^2}$$

8. **La alternativa correcta es A**

$10 \cdot 1.000 \cdot 1.000.000 = 10000000000 = 10^{10}$

9. **La alternativa correcta es A**

P: $3.450 \cdot 15 + 1.500 \cdot 10 = 66.750$ (más económico)
Q: $3.225 \cdot 15 + 2.500 \cdot 12 = 78.375$
R: $3.300 \cdot 15 + 2.450 \cdot 14 = 83.800$
S: $3.150 \cdot 15 + 2.725 \cdot 18 = 96.300$

10. **La alternativa correcta es A**

$\log 25 = \log 5^2 = 2 \log 5 =$
$2 \log \frac{10}{2} = 2(\log 10 - \log 2) =$
$2(1 - 0{,}3) = 2 \cdot 0{,}7 = 1{,}4$

11. **La alternativa correcta es B**

A veces los alumnos suelen cometer errores en más de un paso, como es en el ejercicio en cuestión.

- En el Paso 2 cometió el error de dividir el log 4 en vez de haberlo restado, como debió ser.
- En el Paso 3 cometió el error de haber dividido sólo el segundo término por el $\log 2^2$, en vez de haberlo hecho por cada uno de los dos primeros términos, un error común entre los estudiantes en el desarrollo de los logaritmos.

El procedimiento correcto es como sigue a continuación:

Enunciado: $\log\left(\frac{a \cdot b}{4}\right)^2$ con $a, b \in IR^+$

Paso 1: $2\log\left(\frac{a \cdot b}{4}\right)$

Paso 2: $2[\log a + \log b - \log 2^2]$
Paso 3: $2[\log a + \log b - 2\log 2]$
Paso 4: $2\log a + 2\log b - 4\log 2]$
Por lo tanto, la alternativa correcta es la B) En el **Paso 2**

12. **La alternativa correcta es E**

Como $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ y $a^2 + b^2 = 70ab$
Se tiene $\log_5 \frac{72ab}{ab} = \log_5 72 = \log_5 (2^3 \cdot 3^2) =$
$\log_5 2^3 + \log_5 3^2 = 3 \log_5 2 + 2 \log_5 3 = 3m + 2n$

13. **La alternativa correcta es C**

$T + 5 \longrightarrow N$
$T + 10 \longrightarrow 2N$
$T + 15 \longrightarrow 4N$
$T + 20 \longrightarrow 8N$
$T + 25 \longrightarrow 16N$

14. **La alternativa correcta es C**

Las potencias de 9, solo terminan en 9 o en 1, según el exponente sea impar o par, respectivamente.
Las potencias de 4, sólo terminan en 4 o en 6, según el exponente sea impar o par, respectivamente.
En este caso, se tiene 9 – 6 = 3

15. **La alternativa correcta es D**

80% de 3000 = 3000 · 0,8 = 2400
60% de 5000 = 5000 · 0,6 = 3000
Total = 5.400

7.000 – 5.400 = 1.600, unidades vendidas por C.

Luego,
2.000 → 100%
1.600 → x%

Entonces, x = 80

16. **La alternativa correcta es E**

Usando la fórmula de interés compuesto se tiene que

$C_F = 8.000.000 \cdot (1 + 0,1)^2$
$= 8 \cdot 10^6 \cdot (1,1)^2$
$= 8 \cdot 10^6 \cdot 1,21$

17. **La alternativa correcta es C**

Si observamos la figura el factor de esta homotecia inversa es k = –0,02 (20%) y la imagen homotética tiene un tamaño de 11,5 mm.

Para obtener la imagen real del árbol debemos comparar las imágenes, es decir:

$$\frac{\text{Imagen Homotética}}{\text{Imagen Real}} = -0,02$$

Como las medidas son magnitudes positivas tendremos:

$$\frac{11,5 \text{ mm}}{\text{Imagen Real}} = 0,02$$

Luego $\text{Imagen Real} = \frac{11,5 \text{ mm}}{0,02} = 575 \text{ mm} = 57,5 \text{ cm}$

18. **La alternativa correcta es B**

Reemplazando x e y por números

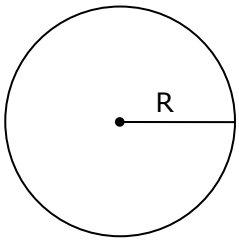
$0 < \frac{1}{2} < 3 \quad \Rightarrow \frac{1}{\frac{1}{2}} > \frac{1}{3}$

$\Rightarrow 2 > \frac{1}{3}$

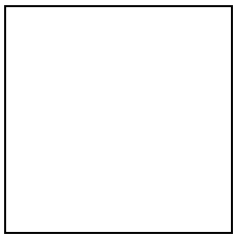
19. **La alternativa correcta es A**

Cáncer de próstata = 30% · 64% · T
60.000 = 0,3 · 0,64 · T
60.000 = 0,192 · T
$T = \frac{60.000}{0,192} = 312.500$

20. **La alternativa correcta es A**



Cubierta circular



Cubierta cuadrada

Lado del cuadrado = L
Área del cuadrado = L^2
Por lo tanto,
$\pi R^2 = L^2$

$R^2 = \frac{L^2}{\pi} \Rightarrow$

$R = \frac{L}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{\pi}}$

$R = \frac{L\sqrt{\pi}}{\pi} = L \cdot \pi^{-\frac{1}{2}}$

21. **La alternativa correcta es A**

$$\left.\begin{array}{l} a = k \cdot v^2 \\ 3 = k \cdot 46^2 \\ 12 = k \cdot v^2 \end{array}\right\} \quad \frac{3}{12} = \left(\frac{46}{v}\right)^2 \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{4} = \left(\frac{46}{v}\right)^2 \quad / \sqrt{\ }$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2} = \frac{46}{v} \Rightarrow v = 92 \text{ m/s}$$

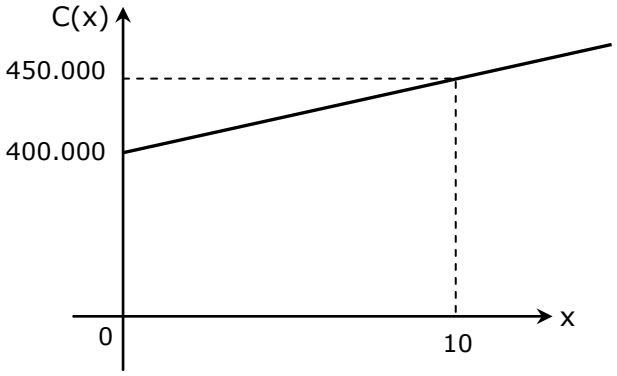
22. **La alternativa correcta es D**

Si
x = nivel de polución
H = población
F = número de fábricas
P = áreas de parques

Se tiene $\frac{x\sqrt{P}}{H^2F}$ = constante $\Rightarrow$

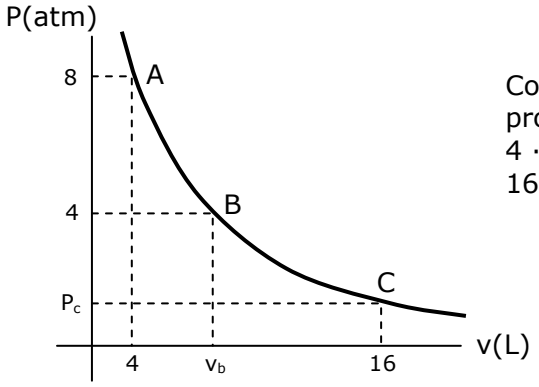
$$\frac{(100\%)\sqrt{100\%}}{(100\%)^2 100\%} = \frac{(100 + x\%)\sqrt{144\%}}{(120\%)^2(130\%)} \Rightarrow x = 56$$

23. **La alternativa correcta es C**



De acuerdo al gráfico, el coeficiente de posición es 400.000 y la pendiente es $\frac{50.000}{10}$ = 5.000. Luego, el costo C es C(x) = 5.000x + 400.000

24. **La alternativa correcta es A**



Como son magnitudes inversamente proporcionales, entonces $k = 4 \cdot 8 = 32$, luego
$4 \cdot v_b = 32 \Rightarrow v_b = 8$ L
$16 \cdot P_c = 32 \Rightarrow P_c = 2$ atm

25. **La alternativa correcta es C**

Ganancia = Venta – Costo
G = 25.000x – 15.000x – 5.000.000 = 2.000.000
10x = 7.000
x = 700
Venta y producción anual
G = 25.000x – 15.000x – 5.000.000 = 4.000.000
10x = 9.000
x = 900 venta y producción deseada

26. **La alternativa correcta es A**

$$\frac{ab - a}{b} \cdot \frac{b^2}{bx - x} =$$

$$\frac{a(b - 1)}{b} \cdot \frac{b^2}{x(b - 1)} =$$

$$a \cdot \frac{b}{x} = \frac{ab}{x}$$

27. **La alternativa correcta es E**

$ax + bx = 2c$
$x(a + b) = 2c$
$x = \frac{2c}{a + b}$
La ecuación no tiene solución, si $a = -b$ y $c \neq 0$

28. **La alternativa correcta es B**

La respuesta correcta para este problema es la alternativa B. Analizando el gráfico podemos notar que por cada cinco días que transcurren, la planta crece cinco centímetros. Como la situación está planteada por un modelo lineal, podemos simplificar esta expresión y decir que por cada día que transcurre la planta crece un centímetro.

$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{5 \text{ cm}}{5 \text{ días}} = \frac{1 \text{ cm}}{1 \text{ día}}$

(Solución utilizando el concepto de pendiente y razón de cambio)

Las demás alternativas son distractores considerando que el alumno(a) podría omitir el hecho de que la medición se está dando desde los 10 cm y no desde cero, lo que puede generar errores de cálculo como $\frac{15}{5} = 3$ o $\frac{20}{10} = 2$, por ejemplo.

29. **La alternativa correcta es A**

Profundidad	Temperatura
100 m	21 °C
500 m	7 °C
1.000 m	4 °C
3.000 m	2,8 °C

$f(x) = ax + b$

$f(100) = 21 \Rightarrow 100a + b = 21$

$f(500) = 7 \Rightarrow 500a + b = 7$

$\left.\begin{array}{l} 100a + b = 21 \\ 500a + b = 7 \end{array}\right|$

Resolviendo el sistema se obtiene $b = 24{,}5$ y $a = -\frac{14}{400}$

Por lo tanto,

$f(x) = -\frac{14}{400}x + 24{,}5 \Rightarrow f(400) = -\frac{14}{400} \cdot 400 + 24{,}5$

$\Rightarrow f(400) = 10{,}5$

30. **La alternativa correcta es C**

Modelando el problema, a través de un sistema de ecuaciones, donde x e y son los lados, se tiene:

$$\left.\begin{array}{l} x + y = \frac{M}{2} \\ xy = N \end{array}\right| \quad \left.\begin{array}{l} y = \frac{M}{2} - x \\ x\left(\frac{M}{2} - x\right) = N \Rightarrow \end{array}\right. \quad 0 = x^2 - \frac{M}{2}x + N$$

$$0 = 2x^2 - Mx + 2N$$

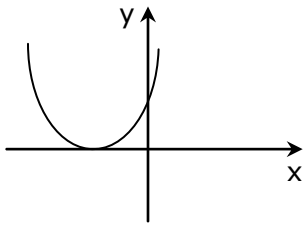
Aplicando fórmula para despejar x, se obtiene que el lado mayor es $\frac{M + \sqrt{M^2 - 16N}}{4}$

31. **La alternativa correcta es C**

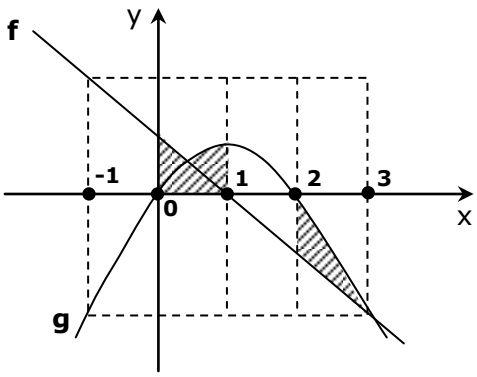
Sea la función cuadrática $f(x) = x^2 + 2mx + m^2$, con $m > 0$. Además, $f(x)$ se puede reescribir como $f(x) = (x + m)^2$.

Determinar el eje de simetría, de esta manera se sabrá la traslación hacia la derecha o izquierda de la gráfica de la función.

$x = -\frac{b}{2a}$, reemplazando los coeficientes se obtiene $x = -\frac{2m}{2} = -m$ como $m > 0$, el signo del eje de simetría sería negativo y su grafica seria:



32. **La alternativa correcta es C**



Se observa que están achurados en el gráfico, las zonas donde ambas funciones son positivas (resultado de un producto positivo) y donde ambos son negativos (originan un producto positivo)

33. **La alternativa correcta es A**

$100x > x^2 + 100x$
$x^2 + 100x - 120x < 0$
$x^2 - 20x < 0$
$x(x - 20) < 0$
$x = 0$
$x = 20$

$-\infty$	0	20	$+\infty$
x	-	+	+
x - 20	-	-	+
X(x - 20)	+	-	+

Como x representa el tiempo $x > 0$ siempre, luego si $0 < x < 20$ entonces conviene más Q, la familia tiene que estar menos de 20 horas usando electricidad.

34. **La alternativa correcta es B**

El volumen de un cilindro se calcula multiplicando el área de la base por la altura. Para comparar las tres opciones, debemos calcular el volumen de cada una y ver cuál cumple con el volumen deseado de 5.000 litros (que es equivalente a 5.000 litros / 1.000 = 5 m^3).

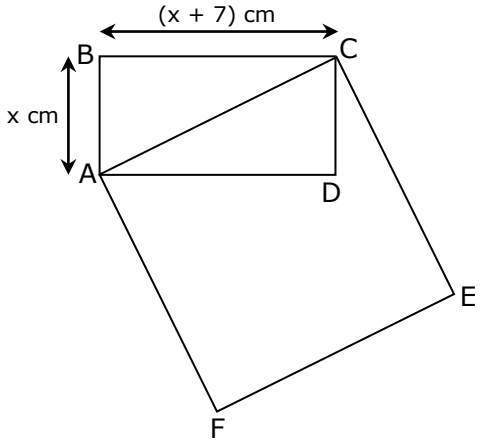
Revisando la opción 1 se tiene que:
- Altura = 2 metros
- Radio = 1 metro
  El área de la base se calcula utilizando la fórmula del área de un círculo: $A = \pi r^2$
  Área de la base = $\pi \cdot (1)^2 = \pi\ m^2$
  Luego, el volumen de la opción 1 se calcula multiplicando el área de la base por la altura:
  Volumen = Área de la base por altura = $\pi \cdot 2 = 2\pi\ m^3$ (el recipiente puede almacenar aprox. 6,28 m^3)

Revisando la opción 2:
- Altura = 4 metros
- Radio = 0,5 metros
  Área de la base = $\pi \cdot (0{,}5)^2 = 0{,}25\pi\ m^2$
  Volumen = Área de la base por altura = $0{,}25\pi \cdot 4 = \pi\ m^3$ (es menor a 5 m^3)

Revisando la opción 3 se tiene que:
- Altura = 3 metros
- Radio = 1,5 metros
  Área de la base = $\pi \cdot (1{,}5)^2 = 2{,}25\pi\ m^2$
  Volumen = Área de la base por altura = $2{,}25\pi \cdot 3 = 1{,}125\pi$ metros cúbicos (el recipiente puede almacenar aprox. 21,2 m^3)

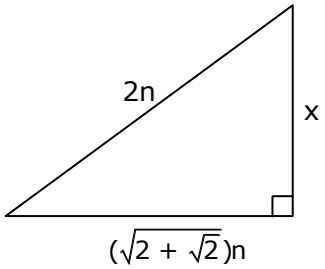
Comparando los volúmenes de las tres opciones, vemos que el volumen de la opción 2 es la que no puede almacenar 5.000 litros de agua, ya que $V = \pi\ m^3 < 5\ m^3$.

35. **La alternativa correcta es A**



Si $P_{\square} = 52$ cm, entonces
Lado = 13 cm
Usando Teorema de Pitágoras en ΔABC
$x^2 + (x + 7)^2 = 13^2$, donde x = 5
Luego, el perímetro de ABCD es
$2(5 + 12) = 34$

36. **La alternativa correcta es A**



Aplicando Teorema de Pitágoras

$x^2 = (2n)^2 - (\sqrt{2+\sqrt{2}}\, n)^2$

$x^2 = 4n^2 - (\sqrt{2+\sqrt{2}}\, n)^2$

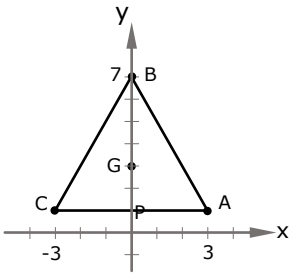
$x^2 = 4n^2 - 2n^2 - \sqrt{2}\, n^2$

$x^2 = 2n^2 - \sqrt{2}\, n^2$

$x^2 = (2 - \sqrt{2}\,)n^2 \qquad / \sqrt{\ }$

$x = \sqrt{2-\sqrt{2}}\, n$

37. **La alternativa correcta es E**



La figura muestra el triángulo dibujado en el plano cartesiano.
El triángulo ABC es isósceles y su centro de gravedad se encuentra sobre el eje y.
BP que corresponde a la altura y por lo tanto a la transversal de gravedad, por ser un triángulo isósceles.
BP = 6, el centro de gravedad divide a la transversal en la razón 2 : 1, por lo tanto las coordenadas del centro de gravedad son G(0,3).

Se debe realizar una homotecia con centro G y razón de homotecia $\lambda = 2$

Se traslada el origen, se aplica homotecia y se vuelve a trasladar el origen.

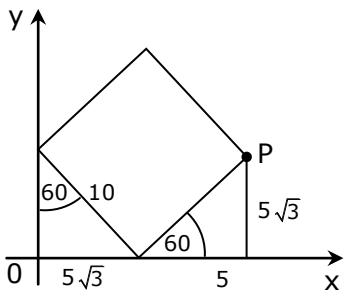
$$C(-3,1) - G(0,3) = C_1(-3,-2)$$

$$C_1(-3,-2) \xrightarrow{H(P,2)} C_2(-6,-4)$$

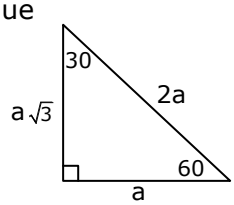
Trasladar origen

$$C_2(-6,-4) + G(0,3) = C`(-6,-1)$$

38. **La alternativa correcta es C**



Aplicando Triángulos notables 30° – 60° – 90°
Tal que



Luego, P = $(5 + 5\sqrt{3}\,,\, 5\sqrt{3}\,)$

39. **La alternativa correcta es E**

Se cumple que $m + 2n = 2 - m$ y $m - 4 = 2n$

Resolviendo el sistema $\begin{array}{r} 2m + 2n = 2 \\ \underline{m - 2n = 4} \end{array}$ se obtiene $m = 2$ y $n = -1$

$m^n = 2^{-1} = \frac{1}{2}$

40. **La alternativa correcta es E**

$x > 0$	A) $(x + d, y - d)$	$\rightarrow$ (+ , -)	F
	B) $-d(x, y)$	$\rightarrow$ (- , +)	F
$y > 0$	C) $(x + d, y)$	$\rightarrow$ (+ , -)	F
	D) $(x, -dy)$	$\rightarrow$ (+ , +)	F
$d > 0$	E) $(y, y - d)$	$\rightarrow$ (-, -)	V

41. **La alternativa correcta es D**

Distancia de A a B $= \sqrt{(-3 - 5)^2 + (-2 - 4)^2}$

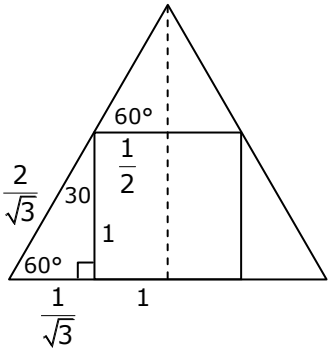
$= \sqrt{(-8)^2 + (-6)^2}$

$= \sqrt{100}$

$= 10$

Área del círculo $= \pi r^2 = 25\pi$

42. **La alternativa correcta es B**



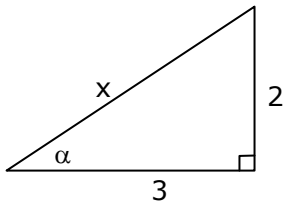
lado $= 1 + \frac{2}{\sqrt{3}}$

$= \frac{\sqrt{3} + 2}{\sqrt{3}}$

$= \frac{1{,}7 + 2}{1{,}7}$

$\approx 2{,}2$

43. **La alternativa correcta es E**



$x^2 = 2^2 + 3^2 = x = \sqrt{13}$

$\text{sen } \alpha = \frac{2}{\sqrt{13}} \cdot \frac{\sqrt{13}}{\sqrt{13}} = \frac{2\sqrt{13}}{13}$

44. **La alternativa correcta es B**

Por inspección, la mayor diferencia se observa en enero del 2023.

45. **La alternativa correcta es B**

Se puede observar que el segundo cuartil de los hombres coincide con el primer cuartil de las mujeres.

46. **La alternativa correcta es A**

En la opción A), la variación con respecto al promedio se determina mediante la desviación estándar. Una desviación estándar más grande indica mayor variabilidad de los datos; por lo tanto, esta afirmación es correcta.
La opción correcta es A).

47. **La alternativa correcta es E**

1° fase: $4\binom{5}{2}$

2° fase: $2 \cdot 4 = 8$ equipos $\rightarrow$ clasifican 4
Quedando 2 partidos tenemos $40 + 4 + 2 + 1 = 47$

48. **La alternativa correcta es A**

Los hombres son un total de 80, de ellos 20 usan lentes, por lo tanto, 60 no usan lentes.

Sabemos que la probabilidad de elegir a una persona que no usa lentes es 0,7 y el total de personas es 200, por lo tanto, 140 personas no usan lentes y, de esas 140 personas, 60 son hombres. En conclusión, hay 80 mujeres que no usan lentes.

Cómo nos preguntan por las mujeres que sí usan lentes, debemos descontar las 80 que no usan lentes de las 120 mujeres en total, es decir, 120 – 80 = 40 mujeres que sí usan lentes. Por lo tanto, la probabilidad que nos preguntan es $\frac{40}{200} = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$.

Opción alternativa utilizando una tabla resumen:

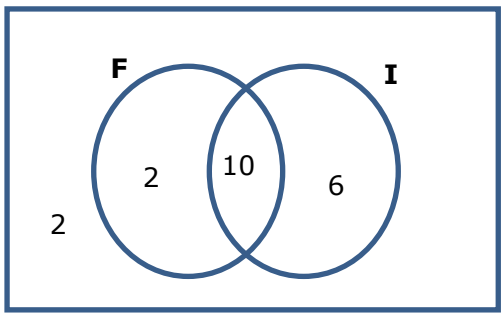
	Usa lentes	**No usa lentes**	**Total**
Hombres	20	60	80
Mujeres	40	80	120
Grupo de baile	60	140	200

49. **La alternativa correcta es C**

Total de alumnos: 20
Hablan francés e inglés $\Rightarrow F \cap I = 10$

No hablan francés ni inglés $\Rightarrow P((F \cup I)') = 0{,}1 \Rightarrow (F \cup I)' = 0{,}1 \cdot 20 = 2$

Hablan inglés $\Rightarrow (I) = 80\% = 0{,}8 \Rightarrow I = 0{,}8 \cdot 20 = 16$
Al traspasar estos datos a un Diagrama de Venn, se obtiene:



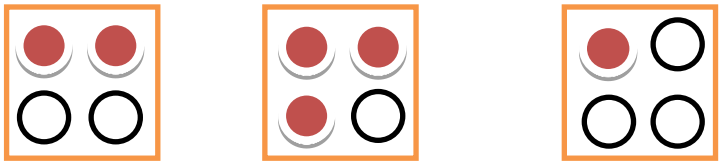
Por lo tanto, la probabilidad de que un alumno hable francés dado que habla inglés es:

$$P(F/I) = \frac{P(F \cap I)}{P(I)}$$

$$= \frac{\frac{10}{20}}{\frac{16}{20}} = \frac{10}{16} = \frac{5}{8} = 0{,}625$$

50. **La alternativa correcta es C**

Caja A Caja B Caja C



Probabilidad de que la caja sea elegida

$\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{6}$

Sea n el número pedido

Si n < 3 los casos favorables son {1, 2}	P(n) = 2/6 = 1/3	caja A
Si n > 3 los casos favorables son {4, 5, 6}	P(n) = 3/6 = 1/2	caja B
Si n = 3 el caso favorable es {3}	P(n) = 1/6	caja C

Como en el experimento salió el número 6, corresponde a la caja B, cuya probabilidad de sacar una bolita blanca es $\frac{1}{4}$.

51. **La alternativa correcta es E**

En este caso se deben poder establecer las opciones que se generan del escenario propuesto, que es la condición de la probabilidad que se debe calcular:

MUJER DALTÓNICA (**XX**)		HOMBRE SANO (XY)	
HIJA PORTADORA (**X**X)	HIJA PORTADORA (**X**X)	HIJO DALTÓNICO (**X**Y)	HIJO DALTÓNICO (**X**Y)

De esta forma, se verifica que no existen opciones de que nazca una hija daltónica.

52. **La alternativa correcta es B**

(1) **Insuficiente**: si se conoce el valor de un juguete, aunque se conozcan los descuentos no se puede determinar el valor de los puzles, ya que no se tiene ningún valor final de las cotizaciones.

(2) **Suficiente**, al tener el valor final de las cotizaciones.

Se podría generar el sistema de ecuaciones $\begin{array}{r} 0{,}95J + 0{,}85P = \text{valor 1} \\ 0{,}75J + P = \text{valor 2} \end{array}$

53. **La alternativa correcta es C**

(1) El ángulo formado por RLP mide 90°.
(2) El punto Q se encuentro justo a la mitad del segmento PR.

A) La opción (1) nos permitirá completar los ángulos principales del triángulo que faltan. Es decir ∡RLP = 90° y ∡LPR = 65°, sin embargo, eso no es suficiente para saber la medida exacta del ∡β.

B) La opción (2) solo nos ayudará para saber que la medida del segmento PQ es la mitad del segmento total PR, sin ser información importante al momento de encontrar el ∡β.

Unidas las opciones (1) y (2), se puede deducir que el segmento LQ es una transversal de gravedad, pues si este baja desde un ángulo de 90°, en el punto medio, sabemos que las medidas de los segmentos LQ, PQ y QR son iguales, formando dos triángulos isósceles de los cuales podremos completar sus medidas angulares y descubrir el valor de β, que es 65°.

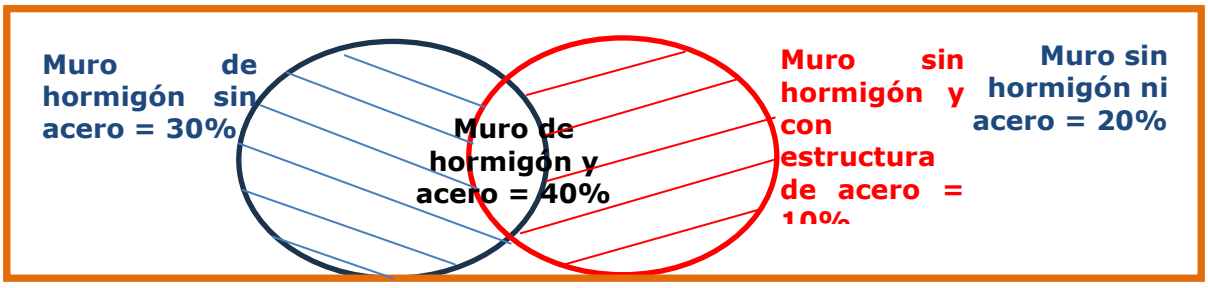
54. **La alternativa correcta es B**

Al considerar la condición (1) se sabe que Z = 7 adolescentes y por cálculo aritmético Y = 12 adolescentes, pero se desconoce el valor de X adolescentes. Luego, no es posible conocer la moda de la muestra. Por tanto, se descartan las alternativas A y D.

Para la condición (2), si X = Y + Z, independiente de los valores de Y y Z el mayor valor es X, por tanto, la moda es la cantidad de adolescentes que prefieren la marca Nokia.

55. **La alternativa correcta es C**

La información del problema permite determinar que este caso puede resolverse con Diagrama de Venn.
Probabilidad que el muro no sea de hormigón y no tenga estructura de acero = 20%
Probabilidad que el muro no sea de hormigón y tenga estructura de acero = 10%.
Probabilidad que el muro tenga estructura de acero = 50%
Por lo tanto:
Probabilidad que el muro tenga estructura de acero - Probabilidad que el muro no sea de hormigón y tenga estructura de acero = **50% - 10% = 40%** (Probabilidad que sea de hormigón y acero).
Finalmente, además queda un 30% que será la probabilidad que el muro de hormigón sea sin acero.
Diagrama de Venn:



Luego, uniendo ambas opciones (1) y (2), alternativa C, se puede llegar a la solución.