1. **La alternativa correcta es A**

   S está contenido en M
   $2 \cdot 3^{12} \cdot 5^{32}$ veces
   Luego, M es divisible por S

2. **La alternativa correcta es C**

   Tiempo empleado por los trenes para llegar a x

   $$\frac{84 \text{ km/h}}{1\text{h}} = \frac{d}{t} \Rightarrow t = \frac{d}{84} \quad (1)$$

   $$\frac{70 \text{ km/h}}{1\text{h}} = \frac{440 - d}{t} \Rightarrow t = \frac{440 - d}{70} \quad (2)$$

   $$(1) = (2) \Rightarrow \frac{d}{84} = \frac{440 - d}{70} \Rightarrow d = 240 \text{ km}$$

3. **La alternativa correcta es B**

   Aunque la conclusión es correcta, existe un error aritmético.
   Al analizar el Paso 1 el orden inverso de las cifras es correcto.
   En el paso 2 se resta a 2024 el número 4202 se obtiene -2178 que es un entero negativo.
   Como existe un error en el Paso 2, la opción correcta es B).

4. **La alternativa correcta es A**

   $$8^{0,\overline{6}} - 9^{0,5} = 8^{\frac{2}{3}} - \sqrt{9} = (2^3)^{\frac{2}{3}} - 3 = 4 - 3 = 1$$

5. **La alternativa correcta es A**

Sustituyendo
n = 2, 3, 4, …, 50, se obtiene
$t_2 - t_1 = 7$
$t_3 - t_2 = 9$
$t_4 - t_3 = 11$
:
$t_{49} - t_{48} = 101$
$t_{50} - t_{49} = 103$

Sumando
$t_2 - t_1 + t_3 - t_2 + \ldots + t_{50} - t_{49} = 7 + 9 + 11 + \ldots + 101 + 103$
$t_{50} - t_1 = (7 + 103) + (9 + 101) + \ldots + (53 + 57) + 55$
$= 24(110) + 55$
$= 2.695$

Si $t_1 = 5$, entonces $t_{50} = 2.700$

6. **La alternativa correcta es B**

$a = (2^8)^5 = 256^5$
$b = (3^4)^5 = 81^5$
$c = (7^2)^5 = 49^5$
Como $49 < 81 < 256$
Por lo tanto, $c < b < a$

7. **La alternativa correcta es B**

Si x = 0,25 = $\frac{1}{4}$, entonces $\left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{5}{4}} = (2^{-2})^{-\frac{5}{4}} = 2^{\frac{5}{2}} = \sqrt{2^5} = \sqrt{32}$

8. **La alternativa correcta es C**

$$3^{\frac{3}{4}} \cdot 3^{\frac{1}{2}} = 3^{\frac{3}{4}} \cdot 3^{\frac{2}{4}} = 3^{\frac{5}{4}} = \sqrt[4]{3^5} = 3\sqrt[4]{3}$$

9. **La alternativa correcta es A**

$$
\begin{aligned}
(2 - 2\sqrt{3})^2 &= \\
2^2 - 2 \cdot 2 \cdot 2\sqrt{3} + \left(2\sqrt{3}\right)^2 &= \\
4 - 8\sqrt{3} + 4 \cdot 3 &= \\
16 - 8\sqrt{3} &= \\
-8(-2 + \sqrt{3}) &= \\
-8(\sqrt{3} - 2)
\end{aligned}
$$

10. **La alternativa correcta es B**

$\log_5 (x - 1) + \log_5 (x - 3) = \log_5 3$
$\log_5 (x - 1)(x - 3) = \log_5 3$
$\log_5 (x^2 - 4x + 3) = \log_5 3$
$x^2 - 4x + 3 = 3$
$x(x - 4) = 0$
$x = 0$ (no sirve) o $x = 4$

11. **La alternativa correcta es A**

$$
\begin{aligned}
\log 450 = \log 2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 &= \log 2 + 2 \log 3 + 2 \log 5 \\
&= 0{,}30 + 2 \cdot 0{,}47 + 2 \cdot 0{,}7 \\
&= 2{,}64
\end{aligned}
$$

12. **La alternativa correcta es B**

$N_1 - N_2 = 20$
$120 + 10 \log(I_1) - 120 - \log(I_2) = 20$
$10 \log (I_1) - 10 \log(I_2) = 20$
$\log (I_1) - \log(I_2) = 2$

$$\log \frac{(I_1)}{(I_2)} = 2$$

$$10^2 = \frac{I_1}{I_2}$$

13. **La alternativa correcta es D**

$P = -18 \cdot \log (9 + 1) + 86$
$P = -18 \cdot \log 10 + 86$
$P = -18 \cdot 1 + 86$
$P = 68\%$

14. **La alternativa correcta es A**

Usando $C_F = C + \frac{C \cdot n \cdot i}{100}$

$$1.200.000 = 1.000.000 + \frac{1.000.000 \cdot 10 \cdot i}{100}$$

$$200.000 = 100.000\, i$$

$$2 = i$$

$$\therefore\ i = 2\%$$

15. **La alternativa correcta es D**

$0,3 \cdot 2 + 0,1 \cdot 2 + 0,6 \cdot 2 + 0,8 \cdot 2 + 0,4 \cdot 2 = 4,4$

16. **La alternativa correcta es A**

Área primer terreno = $80 \cdot 12 = 960$
Área segundo terreno = $960 = 64 \cdot$ ancho $\rightarrow$ ancho = 15

$$\frac{\text{Ancho del 1°}}{\text{Ancho del 2°}} = \frac{12}{15} \Rightarrow 0,8 = 80\%$$

17. **La alternativa correcta es B**

15 operarios $\rightarrow$ 8 d
x operarios $\rightarrow$ 5 d

Como son magnitudes inversamente proporcionales

$$x = \frac{15 \cdot 8}{5} = 24$$

Luego, la diferencia es $24 - 15 = 9$

18. **La alternativa correcta es E**

Por factorización
$x^3 + 1 = (x + 1)(x^2 - x + 1)$
Por lo tanto, $a = -1$ y $b = 1$

19. **La alternativa correcta es A**

Para calcular la cantidad de pintura caoba que se debe utilizar se debe calcular el área que usa este color de pintura y multiplicarla por 12.
Área pintada de color caoba: $4a(2 + b) + 6 \cdot 2a^2(b + 2)$
Se factoriza $(2 + b)(4a + 12a^2)$
Se multiplica por $12(2 + b)(4a + 12a^2)$
Y como 0,1 litro rinde 1 metro cuadrado se hace una proporción

$$\frac{12(2 + b)(4a + 12a^2)\ m^2}{1\ m^2} = \frac{x}{0{,}1 \text{ litro}}$$

Se multiplica por 0,1 y queda como resultado $1{,}2(2 + b)(4a + 12a^2)$ metro cuadrado.

20. **La alternativa correcta es C**

Esto se puede concluir observando la tabla y realizando el siguiente cálculo:

$$\frac{800 - 500}{800} \cdot 100\% = 37{,}5\%$$

21. **La alternativa correcta es D**

La función según el gráfico está definida por
$R(t) = 80t + 10$
Para $t = 4$
$R(40) = 80 \cdot 4 + 10 = 330$

22. **La alternativa correcta es E**

Si $k = 3$, el sistema queda

$$\left.\begin{array}{r} x - y = 3 \\ 2x - 2y = 6 \end{array}\right|$$

Y se cumple que $\frac{x}{2x} = \frac{-y}{-2y} = \frac{3}{6}$
Por lo tanto, el sistema tiene infinitas soluciones

23. **La alternativa correcta es B**

Para calcular las ruedas que aportan las motos, en general: $2 \cdot M$
Para calcular las ruedas que aportan los autos, en general: $4 \cdot A$
Atendiendo a la redacción del problema, las ecuaciones que modelan la situación son:

$$\left.\begin{array}{r} 4 \cdot A + 2(M - 10) = 3(A + M - 10) \\ 4(A - 5) + 2(M - 15) = 6(A - 5) \end{array}\right|$$

24. **La alternativa correcta es C**

P = N° de poleras
C = N° de calzas
N = N° de estudiantes

- Si cada uno de los estudiantes necesita una polera y una calza entonces el total de prendas se representa por **C + P = 2N**
- Si multiplicamos la cantidad de poleras y calzas por el precio de cada una obtenemos en total la plata invertida, tomando en cuenta que 7 de ellos no encargaron polera.

Esta situación se representa por **BC + A (P – 7) = X**

25. **La alternativa correcta es C**

$C(t) = 200 \cdot 3^{\frac{t}{12}}$

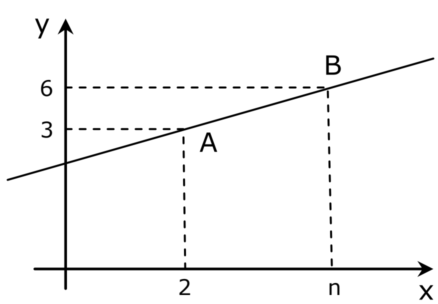
$1.800 = 200 \cdot 3^{\frac{t}{12}} \qquad /:200$

$9 = 3^{\frac{t}{12}}$

$3^2 = 3^{\frac{t}{12}} \Rightarrow t = 24$

$24 \in [12, 36]$

26. **La alternativa correcta es E**



La pendiente de la recta es igual a

$\frac{6-3}{n-2} = \frac{3}{n-2}$

$f(x) = \frac{3}{n-2}x + b$

Sustituyendo (x, f(x)) por (2, 3)

$3 = \frac{3}{n-2} \cdot 2 + b \Rightarrow b = \frac{3n-12}{n-2}$

27. **La alternativa correcta es A**

Vértice (5, -9)

$V = \left(\frac{-b}{2a}, f\left(\frac{-b}{2a}\right)\right)$

$\frac{-b}{2a} = \frac{-(-10)}{2a} = \frac{10}{2a} = 5 \quad (a = 1)$

Luego, $f(x) = x^2 - 50 + c = -9 \Rightarrow c = 16$

Por lo tanto, $a + c = 17$

28. **La alternativa correcta es B**

Usando 2 puntos conocidos del gráfico, se determina que la pendiente es 2.200, y el coeficiente de posición es 15.000.

29. **La alternativa correcta es C**

Es insuficiente que se conozcan solo las coordenadas de B y D, hay infinitas parábolas que tienen por raíces los puntos B y D. Para determinar los valores de a, b y c es necesario conocer las coordenadas del vértice C.

30. **La alternativa correcta es E**

Con la equivocación del primero se tiene $x^2 - 10x + c = 0$

Con la equivocación del segundo se tiene $x^2 + bx + 9 = 0$

Luego, la ecuación correcta es $x^2 - 10x + 9 = 0$

31. **La alternativa correcta es D**

Para $f(x) = -3$ tenemos $4x - 5 = -3 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$

Para $f(x) = 3$, tenemos $4x - 5 = 3 \Rightarrow x = 2$

Por lo tanto, se cumple que $\frac{1}{2} < x < 2$

32. **La alternativa correcta es E**

Altura máxima $= \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-6.400}{-20} = 320$ metros

Tiempo $= \frac{-b}{2a} = \frac{-80}{-2(-5)} = 8$ segundos

33. **La alternativa correcta es D**

Para obtener el valor de b debemos igualar el área blanca total con el área achurada, notemos que al área achurada se obtiene restando el área de los tres triángulos blancos al área del triángulo ABC:

$$\frac{3 \cdot b^2}{2} = \frac{\left(9\sqrt{6}\right)^2}{2} - \frac{3 \cdot b^2}{2}$$

$$\frac{6 \cdot b^2}{2} = \frac{\left(9\sqrt{6}\right)^2}{2}$$

$6 \cdot b^2 = (9\sqrt{6})^2$

$6 \cdot b^2 = 81 \cdot 6$

$b^2 = 81$

$b = 9$

34. **La alternativa correcta es C**

Es de suma importancia que los estudiantes sepan qué significa que 2 afirmaciones sean equivalentes en matemática, en palabras simples 2 o más afirmaciones son equivalentes si el contenido lógico es el mismo aun cuando se utilicen diferentes palabras, por lo tanto, en este caso decir que los radios de las figuras están en una relación de 1 : 4 es equivalente a decir que el radio de la circunferencia menor es una octava parte del diámetro de la circunferencia mayor.

$$\frac{r}{R} = \frac{1}{4}$$

$$D = 2R \Rightarrow R = \frac{D}{2} \Rightarrow \frac{r}{R} = \frac{r}{\frac{D}{2}} = \frac{2r}{D} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{r}{D} = \frac{1}{8}$$

También es importante recalcar que en geometría cuando hablamos de figuras equivalentes nos referimos a figuras de igual área, así evitaremos confusiones entre las distintas acepciones de la palabra.

35. **La alternativa correcta es D**

De acuerdo a la información

$AB + BC + AC = 24$

$\frac{3}{5}AC + \frac{4}{5}AC + AC = 24$

$\frac{3\ AC + 4\ AC + 5\ AC}{5} = 24$

Entonces,

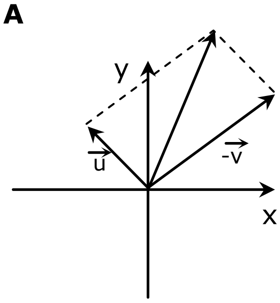
$AC = 10$

$AB = 6$

$BC = 8$

36. **La alternativa correcta es A**

$u - v = u + (-v)$



37. **La alternativa correcta es E**

Si

V_1 = volumen bloque completo

V_2 = suma de los volúmenes de los 8 cubos

V_3 = volumen de un cubo recortado,

Entonces,

$V_1 = 25 \cdot 18 \cdot 18 = 8.100$

$d_1 = 8.100 \cdot 0,93 = 7.533$

$d_2 = 7.533 - 6.603 = 930$

$V_2 = \frac{930}{0,93} \Rightarrow V_2 = 1.000$

$V_3 = \frac{1.000}{8} = 125 \Rightarrow$ arista = 5 cm

38. **La alternativa correcta es A**

Si longitud real = x

Entonces

$\frac{12,7}{x} = \frac{1}{25.000} \Rightarrow 317.500$ cm

317.500 cm = 3,175 m

39. **La alternativa correcta es C**

Se tiene que P + T = P’, luego a P’ se le aplica rotación 270° en sentido horario, que es equivalente a rotar 90° respecto a Q (distinto del origen), o sea, (a + b, a) + (−a, b − a) = (b, b) = P’, como P’ − Q = P’’(x, y) y por tabla giró de 90°, se tiene P’’’(−y, x) para finalmente hacer P’’’ + Q = P^{IV} (el punto resultante), o sea,

(b, b) − (a, a) = (b − a, b − a) $\xrightarrow{\text{por tabla giró}}$ 90° (−(b − a), b − a), finalmente

(a − b, b − a) + (a, a) = (2a − b, b)

40. **La alternativa correcta es B**

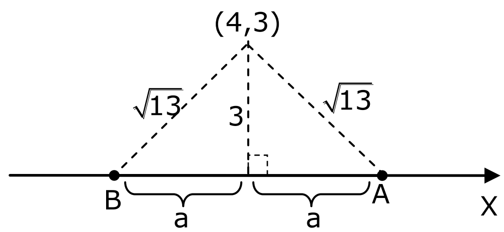
Aplicando Teorema de Pitágoras

$$3^2 + a^2 = \left(\sqrt{13}\right)^2$$

$$9 + a^2 = 13$$

$$a^2 = 4$$

$$a = 2$$



Luego la distancia entre A y B es 4

41. **La alternativa correcta es A**

A: 1 km → $ 10.350

60 km → $ 90.000

$$y - 10.350 = \frac{90.000 - 10.350}{60 - 1}(x - 1)$$

y – 10.350 = 1350(x – 1)

y = 1350x – 1.350 + 10.350

y = 1350x + 9.000

Si x = 100, entonces y = 1.350 · 100 + 9.000 = 144.000

B: 1 km → $ 7.400

60 km → $ 90.000

$$y - 7.400 = \frac{90.000 - 7.400}{60 - 1}(x - 1)$$

y – 7.400 = 1.400(x – 1)

y = 1.400x – 1.400 + 7.400

y = 1.400x + 6.000

Si x = 100, entonces

y = 1.400 · 100 + 6.000 = 146.000

Por lo tanto, la empresa más económica es A, con una diferencia positiva de $ 2.000 con B.

42. **La alternativa correcta es A**

Promedio de cada grupo:

Grupo A

$$\bar{X}_A = \frac{5 + 5 + 5 + 1}{4}$$

$$\bar{X}_A = \frac{16}{4}$$

$$\bar{X}_A = 4$$

Grupo B

$$\bar{X}_B = \frac{4 + 4 + 4 + 4}{4}$$

$$\bar{X}_B = \frac{16}{4}$$

$$\bar{X}_B = 4$$

Grupo C

$$\bar{X}_C = \frac{5 + 3 + 5 + 3}{4}$$

$$\bar{X}_C = \frac{16}{4}$$

$$\bar{X}_C = 4$$

Varianza de cada grupo:

Grupo A

$$Var_A = \frac{(5-4)^2 + (5-4)^2 + (5-4)^2 + (1-4)^2}{4}$$

$$Var_A = \frac{1 + 1 + 1 + 9}{4}$$

$$Var_A = 3$$

Luego: $\sigma = \sqrt{Var}$

sí: $\sigma_A = \sqrt{3} \approx 1{,}73$ desviación estándar del grupo A

Grupo B

$$Var_B = \frac{(4-4)^2 + (4-4)^2 + (4-4)^2 + (4-4)^2}{4}$$

$$Var_B = \frac{0 + 0 + 0 + 0}{4}$$

$$Var_B = 0$$

Luego: $\sigma = \sqrt{Var}$

Así: $\sigma_B = \sqrt{0} = 0$ desviación estándar del grupo B

Es fácil darnos cuenta de que la desviación standard del grupo B es 0, ya que no hay variación en sus datos, sin embargo, es necesario verificar los otros dos grupos.

Grupo C

$$Var_C = \frac{(5-4)^2 + (3-4)^2 + (5-4)^2 + (3-4)^2}{4}$$

$$Var_C = \frac{1 + 1 + 1 + 1}{4}$$

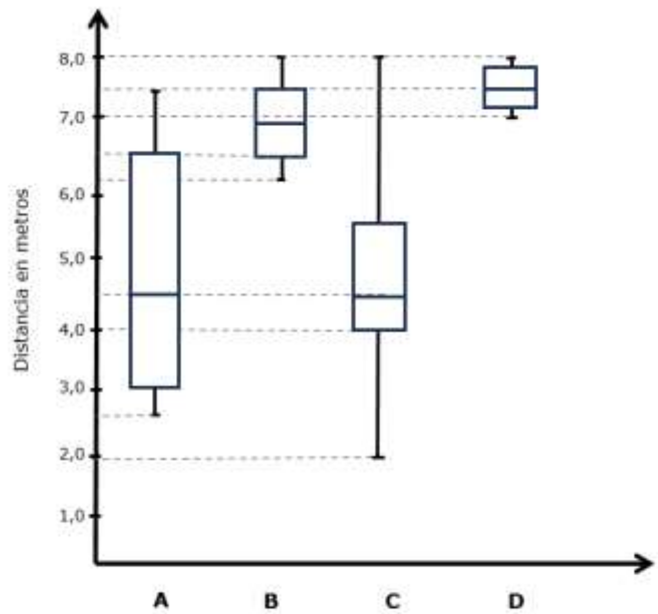
$$Var_C = 1$$

Luego: $\sigma = \sqrt{Var}$

Así: $\sigma_C = \sqrt{1} = 1$ desviación estándar del grupo C

Por lo que, la alternativa correcta es la letra A) B, C, A

43. **La alternativa correcta es D**



El atleta D tiene el 100% de sus saltos mayores o iguales a 7 metros, eso lo ubica en el mejor rendimiento del grupo, pero además al tener el menor rango (rango = 1) implica que su desempeño es bastante homogéneo, ya que la diferencia de distancias entre el mayor y el menor de sus saltos es 1 metro.

44. **La alternativa correcta es D**

Calculamos el promedio:

$$\bar{x} = \frac{4 + 6 + 4 + 3,5 + 2,5}{5} = 4$$

Con el promedio, calculamos la desviación media:

$$DM = \frac{|4 - 4| + |6 - 4| + |4 - 4| + |3,5 - 4| + |2,5 - 4|}{5} = 0,8$$

Pasamos de horas a minutos el estadístico: 0,8 · 60 (minutos) = 48 (minutos)

45. **La alternativa correcta es A**

Sea x el nº de hijos.
Organizando los datos en una tabla:

x	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**---**
$\mathbf{f_i}$	5	20	30	30	15	n=100
$\mathbf{x \cdot f_i}$	0	20	60	90	60	å = 230
$\mathbf{x^2 \cdot f_i}$	0	20	120	270	240	å = 650

Así se tiene que la media corresponde a: $\bar{x} = \dfrac{\sum(x \cdot f_i)}{n} = \dfrac{230}{100} = 2{,}3$ hermanos.

Y, por otra parte, la media de los cuadrados es: $\overline{x^2} = \dfrac{\sum(x^2 \cdot f_i)}{n} = \dfrac{650}{100} = 6{,}5$ hermanos^2

Por lo que, la desviación estándar corresponde a:

$\sigma = \sqrt{\overline{x^2} - (\bar{x})^2} = \sqrt{6{,}5 - 2{,}3^2} = \sqrt{6{,}5 - 5{,}29} = \sqrt{1{,}21} = 1{,}1$

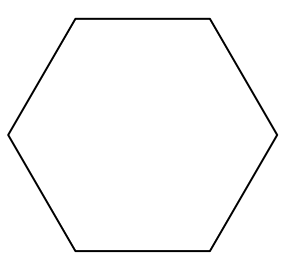
Por lo tanto, $\sigma = 1{,}1$ hermanos.

46. **La alternativa correcta es D**

Se trata de una variación

$V_3^7 = \dfrac{7!}{(7-3)!} = \dfrac{7!}{4!} = 7 \cdot 6 \cdot 5$

47. **La alternativa correcta es A**



El número de triángulos formados al escoger 3 de los vértices del hexágono es

$\dbinom{6}{3} = \dfrac{6!}{3! \cdot 3!} = \dfrac{4 \cdot 5 \cdot 6}{6} = 20.$

Luego, la probabilidad de formar triángulos equiláteros es $\dfrac{2}{20} = 10\%$

48. **La alternativa correcta es A**

Los casos favorables son 3:
5 + 150; 10 + 150 y 15 + 150 > 154
Casos favorables (no importa el orden):

$$\binom{4}{2} = \frac{4!}{2! \cdot 2!} = \frac{2! \cdot 3 \cdot 4}{2! \cdot 2} = 6$$

$$P = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

49. **La alternativa correcta es B**

A: ser mujer y P(A) = 0,6
B: usar jeans y P(B) = 0,8
$A \cap B$: mujer que usa jeans
$P(A \cap B) = 0{,}4$

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0{,}4}{0{,}8} = 0{,}5 = 50\%$$

50. **La alternativa correcta es D**

A: posee el antígeno A y P(A) = 0,4
B: posee el antígeno B y P(B) = 0,55
$A \cap B$: posee los dos antígenos (tipo sanguíneo AB)
$P(A \cap B) = 0{,}13$

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0{,}13}{0{,}4} = 0{,}325 = 32{,}5\%$$

Luego, $P(\overline{B}/A) = 1 - P(B/A) = 1 - 0{,}325 = 67{,}5\%$

51. **La alternativa correcta es E**

(1) Insuficiente, solo podemos determinar que en marzo son 2.135 incendios.
(2) Insuficiente, solo sabemos el total entre enero y febrero y el porcentaje que representan.

Con ambas tenemos el total de enero febrero y el porcentaje que representan y la cantidad de marzo, pero no el porcentaje que representa esa cantidad del total, imposible determinar la cantidad de incendios de diciembre y erróneamente se puede pensar que diciembre es el 20%.

52. **La alternativa correcta es C**

(1) **Insuficiente**
Es posible determinar el valor de b, por lo que no es suficiente.
$b^2 - 9 = 0$
$b^2 = 9$
$b = 3$
(2) **Insuficiente**
Es posible determinar el valor de c, por lo que no es suficiente.
$c^2 - 4 = 0$
$c^2 = 4$
$c = 2$
Con ambas juntas, conociendo b y c es posible conocer las soluciones de la ecuación

$x^2 + 3x + 2 = 0$
$(x + 2)(x + 1) = 0$
$x_1 = -2$ y $x_2 = -1$

53. **La alternativa correcta es C**

Para calcular el área de la cabaña, siendo esta un triángulo rectángulo en C, Alonso debe conocer:

(1) **Insuficiente**
tan $\measuredangle ABC = 2,4$
Si la tangente del ángulo corresponde a:
$$\frac{AC}{BC} = \frac{24}{10}$$
Al ser una razón, existen infinitos valores que cumplen la condición. Por tanto, esta afirmación no nos sirve para responder la respuesta.

(1) **Insuficiente**
BC = 10 m
Con esta información no podemos determinar la medida del resto de los lados del triángulo.

(1) y (2)
Si juntamos la información entregada en ambas afirmaciones podemos responder a la pregunta, ya que sabemos que BC mide 10 m, por lo tanto, podemos asegurar que la medida del segmento AC es 24, y con ambos catetos podemos calcular el área del triángulo.

54. **La alternativa correcta es D**

(1) **Suficiente**: por si sola basta para dar con la capacidad de los tres tipos de baldes, ya que, se sabe que 2 baldes del tipo A más un balde del tipo C se logra llenar el recipiente y con la información adicional del enunciado que dice que 16 baldes del tipo C equivalen a 4 baldes del tipo A se logra constituir un sistema son exactamente dos incógnitas que son la capacidad del balde tipo A y la del tipo C.

(2) **Suficiente**: por si sola basta para dar con la capacidad de los tres tipos de baldes, ya que, se sabe del enunciado que 16 baldes del tipo C son equivalentes a 4 baldes del tipo A, agregando la información de la proposición II se obtiene la capacidad del balde tipo C y desencadena la capacidad del balde tipo A.

55. **La alternativa correcta es B**

(1) **Insuficiente**

(2) **Suficiente**

Si el rango es 0, todos los números son iguales y por lo tanto, $\sigma = 0$ y $\sigma^2 = 0$