

1. **La alternativa correcta es D**

Si $a = 2$ siempre se cumple que b es negativa.

Un número negativo no puede tomar el valor 0, por lo que la afirmación D es la correcta, es decir, si $a = 0$, $b \neq 0$.

2. **La alternativa correcta es E**

De partida como $a < 0$ y $b < 0$ entonces $ab > 0$. También, como **a** y **b** son fracciones entre -1 y 0 luego su producto estará entre 0 y 1.

3. **La alternativa correcta es B**

$$\frac{1}{A} = \frac{1}{B} - \frac{1}{C} \Rightarrow \frac{1}{B} = \frac{1}{A} + \frac{1}{C} \quad / \cdot \frac{1}{2}$$
$$\frac{1}{\frac{B}{2}} = \frac{1}{\frac{A}{2}} + \frac{1}{\frac{C}{2}}$$

4. **La alternativa correcta es B**

$$T = 2 \sqrt{\frac{64}{100}} = \frac{8}{10} = 0,8 \cdot 2$$

Luego en 10 movimientos = $1,6 \cdot 10 = 16$

5. **La alternativa correcta es A**

$$R = \sqrt{\frac{(n^2 - 1)n^2}{n^3(n + 1)}} = \sqrt{\frac{(n + 1)(n - 1)}{n(n + 1)}} = \sqrt{\frac{n - 1}{n}}$$

Para $n = 1 \Rightarrow R = \sqrt{\frac{0}{1}} = 0$, que es un número entero.

6. **La alternativa correcta es C**

La desigualdad $a < b$ cambia de sentido si se multiplica por un número negativo.

7. **La alternativa correcta es B**

$$P = 4\sqrt{2}$$

$$Q = 16\sqrt{2}$$

$$\text{Luego, } P = \frac{1}{4}Q$$

8. **La alternativa correcta es E**

$$x = c^6$$

$$y = c^4$$

$$\frac{x}{y} = c^2 \Rightarrow \sqrt{\frac{x}{y}} = \sqrt{c^2} = |c| = c \quad (c > 0)$$

9. **La alternativa correcta es B**

$$T^3 = 4^3 \Rightarrow T = 4$$

Luego,

$$\log_2 4 = 2$$

10. La alternativa correcta es C

$$\begin{aligned} \log_c 81 = -4 &\Rightarrow c^{-4} = 81 \\ &\Rightarrow c^{-4} = 3^4 \\ &\Rightarrow c^{-4} = \left(\frac{1}{3}\right)^{-4} \\ &\Rightarrow c = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

11. La alternativa correcta es D

$$\begin{aligned} \log_x (3x + 10) = 2 &\Rightarrow x^2 = 3x + 10 \\ x^2 - 3x - 10 &= 0 \\ (x - 5)(x + 2) &= 0 \Rightarrow x = 5 \end{aligned}$$

12. La alternativa correcta es A

Propiedad: $\log a^b = b \cdot \log a$

| Persona 1 | Cantidad de iones de hidrógeno [H ⁺] | |
|-----------|--|---|
| Orina | $\frac{1,0001}{100} \cdot 10^{-2}$ | $= \frac{1,0001 \cdot 10^{-2} \cdot 100}{100} = \frac{0,0001}{100} = 0,000001 = 10^{-6}$ $\rightarrow \text{pH} = -\log 10^{-6}$ $\text{pH} = -6 \cdot -\log 10$ $\text{pH} = 6$ |
| Sangre | 10^{-7} | $\text{pH} = 7$ |
| Saliva | $0,00000015 \cdot 0,6$ | $= 1,5 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{6}{9} = 10^{-7} \Rightarrow \text{pH} = 7$ |

| Persona 2 | Cantidad de iones de hidrógeno [H ⁺] | |
|-----------|--|---|
| Orina | $\left(\left(\frac{1}{10}\right)^2\right)^3$ | $= (10^{-1})^6 = 10^{-6} \Rightarrow \text{pH} = -\log 10^{-6} \Rightarrow \text{pH} = 6$ |
| Sangre | $10^{-\frac{67}{9}}$ | $= 10^{-7,4} = \text{pH} = 7,4$ |
| Saliva | $\frac{10^{-3}}{10^{\frac{38}{9}}}$ | $= \frac{10^{-3}}{10^{4,2}} = 10^{-3-4,2} = 10^{-7,2} \Rightarrow \text{pH} = 7,2$ |

Los valores de pH están en los rangos deseados para una persona sana.

13. **La alternativa correcta es B**

Para $n = 1$, se tiene $(1,15)^1 = 1,15$
Para $n = 2$, se tiene $(1,15)^2 = 1,3225$
Para $n = 3$, se tiene $(1,15)^3 = 1,520875$
Para $n = 4$, se tiene $(1,15)^4 = 1,7490063$
Para $n = 5$, se tiene $(1,15)^5 = 2,0113575$

Luego, en aproximadamente 5 años los productos comercializados duplicarán su precio.

14. **La alternativa correcta es E**

Como $b > a$ y $a - b < 0$ y $b + 1 > 0$, entonces

$\frac{a - b}{b} < \frac{b + 1}{a}$ es siempre verdadero.

$\frac{a - b}{b} < 0 < \frac{b + 1}{a}$

15. **La alternativa correcta es C**

Como Precio Venta = Precio Compra + Ganancia, entonces

$$8.000 \cdot \frac{N}{4} + \frac{3}{4}Nx = 7.000N + 450.000$$

$$\frac{3}{4}Nx = 5.000N + 450.000 \quad / \cdot \frac{4}{3N}$$

$$x = \frac{20.000}{3} + \frac{600.000}{N}$$

16. **La alternativa correcta es B**

Si $x = n^\circ$ de choclos, entonces

$$1^{\text{er}} \text{ día quedan } x - \left(\frac{x}{4} + 10\right) = \frac{3}{4}x - 10$$

$$2^{\text{do}} \text{ día se consumen } \frac{3}{8}x - 5$$

3er día se consumen 10

$$\text{Por lo tanto, } \frac{x}{4} + 10 + \frac{3}{8}x - 5 + 10 = x \quad / \cdot 8$$

$$2x + 3x + 120 = 8x$$

$$3x = 120 \Rightarrow x = 40$$

17. **La alternativa correcta es C**

$$\begin{aligned}x^2 - 2xy + y^2 - x^2 + y^2 + xy &= \\2y^2 - xy &= y(2y - x)\end{aligned}$$

18. **La alternativa correcta es B**

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}x^2 - 5 &= \frac{1}{2}(x^2 - c^2) \\ \frac{1}{2}x^2 - 5 &= \frac{1}{2}x^2 - \frac{c^2}{2} \\ \frac{c^2}{2} &= 5 \Rightarrow c^2 = 10 \Rightarrow c = \sqrt{10}\end{aligned}$$

19. **La alternativa correcta es A**

$$\begin{aligned}(x - 4)^2 - 11 &= (x^2 - 8x + 16) - 11 \\ &= x^2 - 8x + 5\end{aligned}$$

20. **La alternativa correcta es D**

No más de 4.500.000 $\Rightarrow 22.000a + 35.000b \leq 4.500.000$
Al menos 100 acciones $\Rightarrow a + b \geq 100$
Al menos 20 acciones de stock X $\Rightarrow a \geq 20$
Al menos 15 acciones de stock Y $\Rightarrow b \geq 15$

21. **La alternativa correcta es A**

Usando la desigualdad triangular, se debe cumplir que
 $a + 3 - a < c < a + 3 + a$
 $3 < c < 2a + 3$

22. **La alternativa correcta es E**

Al cabo de 1 horas → 2^1 bacterias
Al cabo de 2 horas → 2^2 bacterias
⋮
Al cabo de 8 horas → 2^8 bacterias

23. **La alternativa correcta es C**

Como las variables C y Q representan a las monedas de 100 y 500 respectivamente, debemos asociar la suma $C + Q$ a la cantidad total de monedas, en este caso 75.

Por otro lado, para verificar el valor monetario de las monedas, debemos obtener el producto de la cantidad de monedas y su valor, para luego sumarlos. En este caso debemos multiplicar C por 100 y Q por 500, luego estos productos sumados deben ser igual a \$ 27.500.

En la alternativa C se representa de manera correcta el sistema de ecuaciones mencionado.

24. **La alternativa correcta es A**

La suma de los dígitos es 11, entonces $x + y = 11$

Número original: x decena, y unidad; entonces el número es $10x + y$

Cifras invertidas: y decena, x unidad; entonces el número es $10y + x$

$$(10y + x) - (10x + y) = 9 \rightarrow 10y + x - 10x - y = 9 \rightarrow 9y - 9x = 9 \rightarrow y - x = 1$$

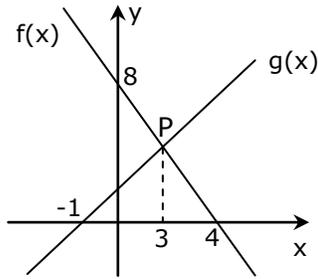
El sistema que daría solución al problema sería:
$$\begin{cases} x + y = 11 \\ y - x = 1 \end{cases}$$

25. **La alternativa correcta es B**

Se debe cumplir que

$\frac{h}{3} = \frac{k}{5}$, por lo tanto si $h = 3$ y $k = 5$, el sistema no tiene solución.

26. **La alternativa correcta es E**



$f(x)$ pasa por los puntos $(0, 8)$ y $(4, 0)$

$$f(x) - 8 = \frac{8 - 0}{0 - 4}(x - 0)$$

$$f(x) - 8 = -2x$$

$$f(x) = -2x + 8$$

$$\text{Con } f(x) = -2x + 8 \Rightarrow f(3) = -2 \cdot 3 + 8 = 2 \Rightarrow P(3, 2)$$

La recta representativa de $g(x)$ tiene pendiente $\frac{1}{2}$ y pasa por el punto $(3, 2)$.

$$\text{Luego, } g(x) - 2 = \frac{1}{2}(x - 3) \Rightarrow g(x) = \frac{x + 1}{2}$$

27. **La alternativa correcta es B**

$$\frac{m^2 \cdot n^{-3}}{p^2} = 9n \Rightarrow m^2 = \frac{p^2}{n^{-3}} \cdot 9n = 9n^4 p^2$$

$$\Rightarrow m = 3n^2 p \Rightarrow m^{-1} = \frac{1}{3n^2 p}$$

28. **La alternativa correcta es A**

Potencia útil modelo VENTI 01 comparada con Potencia útil modelo VENTI 02.

$\frac{1}{2} \rho \cdot \text{área} \cdot C_p \cdot V^3 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \rho \cdot \text{área} \cdot C_p \cdot V^3$, se trabaja solamente con el área de barrido y el coeficiente de potencia, es decir $25 \cdot 0,4 > 50 \cdot 0,17$
 $10 > 8,5$

29. **La alternativa correcta es B**

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

-2 y -1, son ceros de la función

$$\text{Por lo tanto, } f(-2) = a \cdot (-2)^2 + b \cdot (-2) + 4$$

$$\Rightarrow 4a - 2b + 4 = 0$$

(1)

$$f(-1) = a \cdot (-1)^2 + b \cdot (-1) + 4 \Rightarrow a = b - 4$$

(2)

Luego,

$$4(b - 4) - 2b + 4 = 0 \Rightarrow 2b - 12 = 0 \Rightarrow b = 6$$

Sustituyendo en (2)

$$4(b - 4) - 2b + 4 = 0 \Rightarrow b = 6 \text{ y } a = 2$$

$$\text{Luego, } f(x) = 2x^2 + 6x + 4$$

30. **La alternativa correcta es A**

Con $f(x) = 3x - 2$, entonces $f(a) = 3a - 2$

Si $f(a) = b$, entonces $b = 3a - 2$

Luego,

$$\begin{aligned}g(b) &= g(3a - 2) \\ &= 2(3a - 2) + 3 \\ &= 6a - 4 + 3 \\ &= 6a - 1\end{aligned}$$

31. **La alternativa correcta es C**

La parábola corta al eje x en 2 y en 4, por lo tanto, el eje de simetría pasa por:

$$\frac{2 + 4}{2} = 3$$

32. **La alternativa correcta es A**

Considerando $P = (m, 14)$ y $Q = (n, -4)$

Entonces,

$$14 = m^2 - 3m - 4 \Rightarrow m_1 = -3 \text{ y } m_2 = 6$$

$$-4 = n^2 - 3n - 4 \Rightarrow n_1 = 0 \text{ y } n_2 = 3$$

La diferencia en valor absoluto entre las abscisas puede ser 3 o 6.

33. **La alternativa correcta es A**

$$70 \text{ mm} = 70 \cancel{\text{mm}} \cdot \frac{1 \cancel{\text{cm}}}{10 \cancel{\text{mm}}} \cdot \frac{1 \text{ cm}}{100 \cancel{\text{cm}}} = 0,07 \text{ m}$$

$$k = \frac{\text{Lado de la figura Homotética}}{\text{Lado de la figura Original}} \Rightarrow$$

$$\text{Fig. Hom.} = k \cdot \text{Fig. Original.} = 315 \cdot 0,07 \text{ m} = 22,05 \text{ m}$$

34. **La alternativa correcta es B**

Haciendo $r = 10k$ y $R = 30k$

Entonces

$$r \text{ aumenta } 20\% \Rightarrow r' = 12k$$

$$R \text{ disminuye } 20\% \Rightarrow R' = 24k$$

$$\text{Si área original} = \pi k^2(30^2 - 10^2) = \pi k^2(800)$$

$$\text{Nueva área} = \pi k^2(24^2 - 12^2) = \pi k^2(432)$$

$$\text{Variación del área} = \frac{k\pi^2(800 - 432)}{(800)} \cdot 100\% = 46\%$$

35. **La alternativa correcta es B**

$$\text{Perímetro cuadrado} = 4\text{lado} = 4c$$

$$\text{Perímetro círculo} = 2\pi r$$

Iguales perímetros

$$4c = 2\pi r$$

$$\frac{4c}{2\pi} = r$$

$$\frac{2c}{\pi} = r$$

$$\text{Área círculo} = \pi r^2$$

$$= \pi \left(\frac{2c}{\pi} \right)^2$$

$$= \cancel{\pi} \cdot \frac{4c^2}{\cancel{\pi^2}}$$

$$\text{Área círculo} = \frac{4c^2}{\pi}$$

36. **La alternativa correcta es E**

$$\sqrt{(c+1)^2 + (-2-c)^2} = 5$$

$$\sqrt{c^2 + 2c + 1 + 4 + 4c + c^2} = 5$$

$$\sqrt{2c^2 + 6c + 5} = 5 \quad /(\)^2$$

$$2c^2 + 6c + 5 = 25$$

$$2c^2 + 6c - 20 = 0 \quad /:(2)$$

$$c^2 + 3c - 10 = 0$$

$$(c+5)(c-2) = 0 \Rightarrow c = 2$$

37. **La alternativa correcta es C**

$$\text{Volumen de un cubo} = V^3$$

$$= 40 \times 40 \times 40$$

$$= 64.000 \text{ cm}^3 = \cancel{64.000} \text{ cm}^3 \frac{1 \text{ m}^3}{100 \cdot 100 \cdot 100 \text{ cm}^3}$$

$$= 0,064 \text{ m}^3 \times 6 \text{ cubos}$$

$$= 0,384 \text{ m}^3$$

38. **La alternativa correcta es A**

$$\frac{\text{Volumen en P}}{\text{Volumen en Q}} = \frac{10}{70} = \frac{1}{7}$$

$$\frac{\text{Presión en P}}{\text{Presión en Q}} = \frac{7}{1} \Rightarrow \frac{7}{1} = \frac{300}{Q} \Rightarrow Q = \frac{300}{7}$$

$$\frac{\text{Volumen en Q}}{\text{Volumen en R}} = \frac{70}{30} = \frac{7}{3}$$

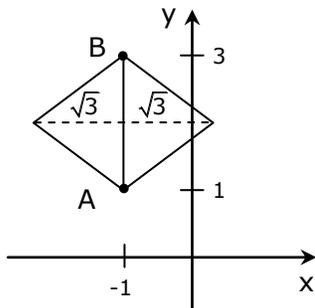
$$\frac{\text{Presión en Q}}{\text{Presión en R}} = \frac{3}{7}$$

$$\frac{3}{7} = \frac{\frac{300}{7}}{S} \Rightarrow S = 100$$

39. **La alternativa correcta es E**

Como el lado del triángulo es 2, entonces la altura es $\sqrt{3}$.

Con una traslación a la izquierda del punto $(-1, 2)$ se llega a $(-1 - \sqrt{3}, 2)$



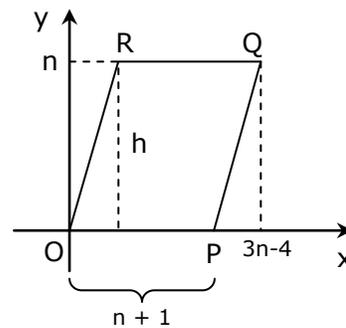
40. **La alternativa correcta es C**

Área paralelogramo = base · altura

$$(n + 1)n = 20$$

$$n^2 + n - 20 = 0$$

$$(n + 5)(n - 4) = 0 \Rightarrow n = 4$$



41. **La alternativa correcta es D**

De la figura

$$PB = 20 \cos 51^\circ$$

Como $h = PB + 1$

Entonces

$$h = 1 + 20 \cos 51^\circ$$

42. **La alternativa correcta es C**

Se calcula el 60% de 250 personas = 150 personas

Se ubica en la frecuencia acumulada donde está incluida la persona número 150 y se busca el intervalo a la que pertenece **[60, 65[**.

| Edad (en años) | Frecuencia | Frecuencia acumulada |
|-----------------|------------|----------------------|
| [40, 45[| 36 | 36 |
| [45, 50[| 30 | 66 |
| [50, 55[| 34 | 100 |
| [55, 60[| 26 | 126 |
| [60, 65[| 34 | 160 |
| [65, 70[| 35 | |
| [70, 75] | 55 | |

43. **La alternativa correcta es D**

Para determinar el rango de los sueldos de ambas empresas se debe restar el dato mayor con el dato menor de cada, una obteniendo lo siguiente:

$$\text{Rango empresa A: } 610 - 300 = 310$$

$$\text{Rango empresa B: } 630 - 280 = 350$$

44. **La alternativa correcta es C**

Producto A:

$$\bar{x}_A = \frac{40 + 30 + 48 + 60 + 27}{5} = 41$$

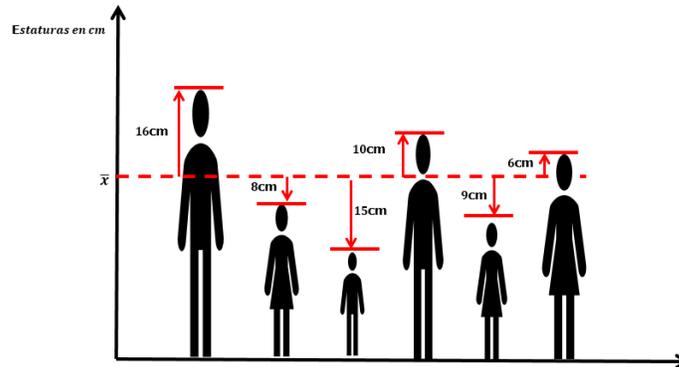
$$\sigma_A = \sqrt{\frac{(40 - 41)^2 + (30 - 41)^2 + (48 - 41)^2 + (60 - 41)^2 + (27 - 41)^2}{5}} = \sqrt{\frac{728}{5}} = 12,06$$

Producto B:

$$\bar{x}_B = \frac{30 + 45 + 36 + 48 + 36}{5} = 39$$

$$\sigma_B = \sqrt{\frac{(30 - 39)^2 + (45 - 39)^2 + (36 - 39)^2 + (48 - 39)^2 + (36 - 39)^2}{5}} = \sqrt{\frac{216}{5}} = 6,57$$

45. La alternativa correcta es D



Rango = Valor Máximo - Valor min
 $= \bar{x} + 16 - (\bar{x} - 15)$
 $= \bar{x} + 16 - \bar{x} + 15$
 $= 31$

Es posible calcular.

Desviación Estándar

$$\sigma = \frac{16^2 + (-8)^2 + (-15)^2 + 10^2 + (-9)^2 + 6^2}{6}$$

Es posible calcular.

Desviación media

$$DM = \frac{16 + 8 + 15 + 10 + 9 + 6}{6}$$

Es posible calcular

Mediana:

Para determinar la mediana luego de ordenar los datos, se debe calcular el promedio de los dos datos centrales, esto último no es posible, ya que no se conocen las estaturas.

NO es posible calcular.

46. La alternativa correcta es A

| Caja 1 | Caja 2 | Caja 3 |
|--------|--------|--------|
| AB | | |
| | AB | |
| | | AB |
| A | B | |
| A | | B |
| | A | B |
| | B | A |
| B | | A |
| B | A | |

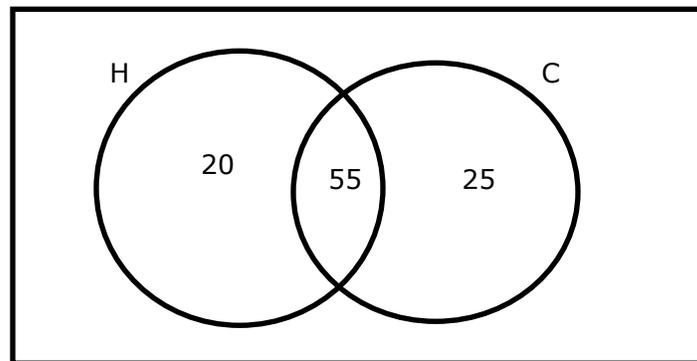
47. **La alternativa correcta es C**

$$V_3^{10} = 10(10 - 1)(10 - 2) = 10 \cdot 9 \cdot 8 = 720$$

48. **La alternativa correcta es B**

Si realizamos el diagrama de Venn, siendo 100 personas la totalidad de los elementos, entonces según la información podemos identificar

- Huerquehue: $\frac{1}{5} \cdot 100 = 20$ personas
- Ambas excursiones: 55 personas
- Conguillío: $100 - 75 = 25$ personas



$$\text{Por lo tanto, } P\left(\frac{C}{H}\right) = \frac{P(C \cap H)}{P(H)} = \frac{\frac{55}{100}}{\frac{75}{100}} = \frac{55}{75} = \frac{11}{15}$$

49. **La alternativa correcta es C**

$$P(M) = 0,3$$

$$P(I \cap M) = 0,25$$

$$\frac{P(I \cap M)}{P(I)} = 0,4$$

$$\frac{0,25}{P(I)} = 0,4$$

$$P(I) = \frac{0,25}{0,4} = \frac{25}{40} = \frac{5}{8} = 0,625$$

Por lo tanto, $P(I) = 62,5\%$

50. **La alternativa correcta es A**

Datos iniciales:

No les gusta el fútbol: 30 % de los que practican tenis, es decir, 120 personas.

Les gusta el fútbol: 80 % de los asistentes, es decir, 800 personas.

| | Le gusta el fútbol | No le gusta el fútbol | Total |
|-------------------|--------------------|-----------------------|-------|
| Practica tenis | 280 | 120 | 400 |
| No practica tenis | 520 | 80 | 600 |
| Total | 800 | 200 | 1000 |

Completando la tabla, resulta:

Sean:

A = Probabilidad de no practicar tenis

B = Probabilidad de que no le guste el fútbol = CONDICIÓN

Aplicando probabilidad condicional, resulta:

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{80}{1.000}}{\frac{200}{1.000}} = \frac{80}{200} = \frac{40}{100} = 40\%$$

51. **La alternativa correcta es B**

(1) **Insuficiente**

p y q puede tomar infinitos valores.

(2) **Suficiente**

Por si sola se determina que $\sqrt{\frac{18\sqrt{2}}{pq}} = \sqrt{9} = 3$

52. **La alternativa correcta es D**

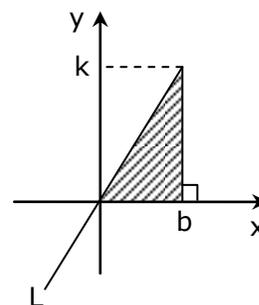
(1) **Suficiente.**

$$k^2 = 4b^2 = 16 \Rightarrow k = 4 \text{ y } b = 2$$

(2) **Suficiente**

$$k = 4 \text{ y } b = 2$$

Con (1) y con (2) por separado se determinan las longitudes de los catetos b y k.



53. **La alternativa correcta es A**

La razón entre la cantidad máxima de bolitas del frasco pequeño, la cantidad máxima del frasco mediano y la cantidad máxima del frasco grande es 120:200:300, o simplificado 6:10:15.

Con la información (1) se puede establecer la siguiente proporción para obtener la cantidad de bolitas que tiene el frasco más pequeño: $\frac{6}{x} = \frac{10}{x + 60}$, es decir, el frasco más pequeño tiene 90 bolitas, el mediano 150 y el más grande tiene 225. En total se repartieron 465 bolitas.

Con la información (2) no se puede resolver el problema, la cantidad de bolitas que se repartieron es proporcional a las capacidades máximas, 300 para el frasco más grande y 200 para el frasco mediano, es decir, ya sabemos que las bolitas que se colocaron en el frasco mayor es un 50% más que las que se colocaron en el mediano.

54. **La alternativa correcta es C**

Con (1) no es suficiente ya que falta saber el mayor entre las dos cantidades.

Con (2) no es suficiente ya que falta para formar el sistema.

Si se juntan (1) y (2)

Monos de frente roja: x

Monos de frente blanca: $x + 20$

Luego de 2 años la relación es

$$\frac{110}{100}x + \frac{120}{100}(x + 20) = 139$$

$$11x + 12(x + 20) = 1.390$$

$$11x + 12x + 240 = 1.390$$

$$23x = 1.150$$

$$x = 50$$

55. **La alternativa correcta es C**

(1) **Insuficiente.**

Solo se sabe que $P(\text{negra}) = \frac{3}{8}$ y $P(\text{blanca}) = \frac{5}{8}$.

(2) **Insuficiente.**

Solo se sabe que la cantidad de fichas negras son 60.

Con las informaciones (1) y (2) juntas se puede resolver el problema:

$$\frac{\frac{3}{8}}{\frac{5}{8}} = \frac{60}{B} \Rightarrow B = 100$$