Ítem	Alternativa	Habilidad
1	A	Resolver problemas
2	C	Resolver problemas
3	C	Representar
4	D	Resolver problemas
5	C	Resolver problemas
6	C	Modelar
7	A	Modelar
8	A	Representar
9	C	Resolver problemas
10	D	Resolver problemas
11	D	Representar
12	C	Resolver problemas
13	C	Representar
14	D	Resolver problemas
15	C	Resolver problemas
16	C	Modelar
17	B	Resolver problemas
18	D	Resolver problemas
19	D	Representar
20	D	Resolver problemas
21	B	Modelar
22	A	Resolver problemas
23	C	Argumentar
24	C	Resolver problemas
25	D	Representar
26	B	Argumentar
27	A	Representar
28	C	Resolver problemas

Ítem	Alternativa	Habilidad
29	B	Resolver problemas
30	C	Resolver problemas
31	D	Resolver problemas
32	D	Representar
33	D	Representar
34	A	Representar
35	B	Resolver problemas
36	D	Resolver problemas
37	B	Representar
38	C	Resolver problemas
39	B	Resolver problemas
40	D	Representar
41	B	Argumentar
42	B	Resolver problemas
43	A	Argumentar
44	D	Resolver problemas
45	C	Resolver problemas
46	B	Resolver problemas
47	B	Resolver problemas
48	C	Representar
49	A	Resolver problemas
50	B	Resolver problemas
51	D	Resolver problemas
52	D	Argumentar
53	A	Argumentar
54	D	Argumentar
55	A	Argumentar

1. Alejandro utiliza una regla en pulgadas para medir la altura de un mueble. Si la altura de la mesa es de 30,5 pulgadas y una pulgada equivale a 2,54 centímetros, ¿cuál es la altura de la mesa?

A) 0,77470 metros.

B) 0,74725 metros.

C) 0,71500 metros.

D) 0,70400 metros.

Estrategia de resolución

Para determinar la altura de la mesa en metros se debe multiplicar la equivalencia de una pulgada en metros (es decir, 0,0254 metros) con la altura en pulgadas de la mesa:

$$\begin{array}{rr} & 0{,}0254 \cdot 30{,}5 \\ \hline & 0\ 1270 \\ + & 00\ 0000 \\ & 007\ 6200 \\ \hline & 00{,}7\ 7470 \end{array}$$

La alternativa correcta es A.

2. Antonia se ha propuesto leer un total de 80 libros durante los primeros seis meses del año distribuyendo su progreso de la siguiente manera:

Enero: lee $\frac{1}{10}$ del total de libros.

Febrero: lee $\frac{1}{4}$ de los libros restantes.

Marzo: lee $\frac{1}{6}$ de los libros que le faltan por leer.

Abril: lee $\frac{1}{8}$ del total de libros.

Mayo: lee $\frac{2}{7}$ de los libros restantes.

Junio: lee la mitad de lo leído los dos meses anteriores.

¿Cuántos libros le faltaron por leer a Antonia para lograr su objetivo?

A) 5

B) 10

C) 15

D) 20

Estrategia de resolución

A partir de la información, la cantidad de libros leídos por mes se distribuiría de la siguiente manera:

Enero: leyó 8 libros, le quedan 72 por leer.
Febrero: leyó 18 libros, faltan 54 por leer.
Marzo: leyó 9 libros, faltan 45 por leer.
Abril: leyó 10 libros, faltan 35 por leer.
Mayo: leyó 10 libros, faltan 25 por leer.
Junio: leyó 10 libros, faltan 15 por leer.

La alternativa correcta es C.

3. Un trozo de metal se sumerge en un líquido corrosivo, de manera que el metal comienza a disolverse, perdiendo el 1% de su masa cada segundo durante los primeros 5 segundos y luego pierde un 2% de su masa cada segundo. Si, inicialmente, el metal sumergido tenía una masa de M_0 gramos, entonces, ¿qué expresión representa la masa del metal, en gramos, a los 10 segundos de ser sumergido?

A) $M_0 \cdot 0{,}998^{10}$

B) $M_0 \cdot 0{,}985^{10}$

C) $M_0 \cdot 0{,}9702^{5}$

D) $M_0 \cdot 0{,}9809^{5}$

Estrategia de resolución

Si durante los primeros 5 segundos pierde el 1% de su masa, entonces a los 5 segundos su masa será $M_o \cdot 0{,}99^5$.
Luego, como pierde el 2% de su masa en los siguientes 5 segundos, su masa a los 10 segundos será:

$$M_o \cdot 0{,}99^5 \cdot 0{,}98^5 = M_o \cdot 0{,}9702^5.$$

La alternativa correcta es C.

4. El **a**% de 30 es 12, mientras que el 15% de **b** es 75. Entonces, ¿cuál es el valor numérico del **a**% de **b**?

A) 75

B) 100

C) 125

D) 200

Estrategia de resolución

Al calcular los porcentajes indicados se obtiene:

- **a**% de 30 es 12, entonces $\frac{a}{100} \cdot 30 = 12$, por lo tanto a= 40.

- 15% de **b** es 75, entonces $\frac{15}{100} \cdot b = 75$, por lo tanto, b= 500.

Entonces el **a**% de **b** es equivalente a 40% de 500. Al calcular se obtiene:

$$\frac{40}{100} \cdot 500 = 200.$$

La alternativa correcta es D.

5. ¿Cuál de las siguientes expresiones corresponde a un número irracional mayor a 5?

A) $\sqrt{(3-\sqrt{3})(\sqrt{3}+3)}$

B) $\sqrt{(2+\sqrt{7})(\sqrt{7}-2)}$

C) $\sqrt{(6-\sqrt{2})(\sqrt{2}+6)}$

D) $\sqrt{(4-\sqrt{2})(\sqrt{2}+4)}$

Estrategia de resolución

Al desarrollar $\sqrt{(6-\sqrt{2})(\sqrt{2}+6)}$ se obtiene:

$$\sqrt{(6-\sqrt{2})(\sqrt{2}+6)} = \sqrt{6^2-2} = \sqrt{34}.$$

Este valor es mayor a 5, pues $25 < 34 \rightarrow \sqrt{25} < \sqrt{34} \rightarrow 5 < \sqrt{34}$.

La alternativa correcta es C.

6. Para un estudio bacteriológico, se toma una muestra que está compuesta de $12{,}5 \cdot 10^{15}$ bacterias. Si por error se agregó un antiséptico a la muestra, el cual mató a varias bacterias y quedaron solo $\frac{4}{9}$ de la muestra inicial, ¿cuántas bacterias murieron?

A) $1{,}25 \cdot 10^{16}$

B) $\frac{1}{9} \cdot 5 \cdot 10^{16}$

C) $\frac{1}{9} \cdot 6{,}25 \cdot 10^{16}$

D) $\frac{1}{3} \cdot 1{,}25 \cdot 10^{16}$

Estrategia de resolución

Si luego de agregar el antiséptico quedaron $\frac{4}{9}$ de bacterias de la muestra inicial, entonces murió un $\frac{5}{9}$ de bacterias de la muestra. Al calcular $\frac{5}{9}$ de la muestra, se obtiene:

$$12{,}5 \cdot 10^{15} \cdot \frac{5}{9} = 62{,}5 \cdot 10^{15} \cdot \frac{1}{9} = \frac{1}{9} \cdot 6{,}25 \cdot 10^{16}$$

La alternativa correcta es C.

7. ¿Cuál es la cifra de las unidades del número obtenido luego de calcular 3^{924}?

A) 1

B) 3

C) 7

D) 9

Estrategia de resolución

Al desarrollar las potencias de 3 existe cierta regla que cumple la última cifra del resultado:

- Si el exponente es múltiplo de 4, entonces la última cifra es 1.
- Si al dividir el exponente por 4 da como resto 1, entonces la última cifra es 3.
- Si al dividir el exponente por 4 da como resto 2, entonces la última cifra es 9.
- Si al dividir el exponente por 4 da como resto 3, entonces la última cifra es 7.

Como al dividir 924 por 4 se obtiene resto 0, este es múltiplo de 4, entonces la última cifra es 1.

La alternativa correcta es A.

8. La magnitud aparente (M) se usa en astronomía para cuantificar el brillo de una estrella y se define como M = A·log(F), donde F es el flujo luminoso de la estrella y A es una constante distinta de cero. Si la magnitud aparente de una estrella es 4, ¿cuál de los siguientes valores representa su flujo luminoso?

A) $10^{\frac{4}{A}}$

B) $10^{\frac{1}{A}}$

C) 10^{2A}

D) 10^{4A}

Estrategia de resolución

Si M = 4, entonces 4 = A·log(F) → 4/A = log(F) → $10^{4/A}$ = F.

La alternativa correcta es A.

9. Sean $a = \log_3 15$, $b = \log_6 10$ y $c = \log_3 10$. Si **a**, **b** y **c** se ordenan de menor a mayor, ¿cuál es el orden correcto?

A) b, a, c

B) c, a, b

C) b, c, a

D) a, b, c

Estrategia de resolución

Si las bases y los argumentos de logaritmos son mayores que 1, entonces **siempre** se cumple que, a mayor argumento, mayor es el valor del logaritmo, y a mayor base, menor es el valor del logaritmo. Luego:

- ***a*** es mayor que ***c***, ya que tienen igual base, pero el argumento de ***a*** es mayor que el de ***c***.
- ***c*** es mayor que ***b***, ya que tienen igual argumento, pero la base de ***c*** es menor que la de ***c***.

Por ende, $b < c < a$.

Por lo tanto, el orden de menor a mayor es ***b***, ***c*** y ***a***.

La alternativa correcta es C.

10. Si el área de una figura plana está representada por la expresión ($x + \sqrt{x} - 6$), entonces ¿cuál de las siguientes figuras cumple con la afirmación?

A) Cuadrado de lado ($\sqrt{x} - 3$).

B) Cuadrado de lado ($\sqrt{x} + 2$).

C) Rectángulo donde sus lados son ($\sqrt{x} + 2$) y ($\sqrt{x} - 3$).

D) Rectángulo donde sus lados son ($\sqrt{x} + 3$) y ($\sqrt{x} - 2$).

Estrategia de resolución

Si los lados de un rectángulo miden ($\sqrt{x} + 3$) y ($\sqrt{x} - 2$), entonces su área es igual a:

$$A = (\sqrt{x} + 3) \cdot (\sqrt{x} - 2)$$

$$A = x - 2\sqrt{x} + 3\sqrt{x} - 6$$

$$A = x + \sqrt{x} - 6$$

La alternativa correcta es D.

11. Juan ha leído $\frac{3}{a}$ partes de un libro. Si en total ha leído 12a páginas, ¿cuál de las siguientes expresiones representa el número de páginas que tiene el libro?

A) 36

B) 4a

C) 36a

D) $4a^2$

Estrategia de resolución

Si ***x*** indica la cantidad de páginas del libro, entonces se puede establecer la siguiente relación:

$$\frac{3}{a} \cdot x = 12a.$$

Al despejar **x**, se obtiene:

$$x = 4a^2.$$

La alternativa correcta es D.

12. Si $p - \frac{q}{r} = 4$ y $\frac{p^2r^2 - q^2}{r^2} = 40$, ¿cuál es el valor de **p**?

A) -1
B) 4
C) 7
D) 10

Estrategia de resolución

Si $\frac{p^2r^2 - q^2}{r^2} = 40$, entonces al factorizar se obtiene $\left(p - \frac{q}{r}\right) \cdot \left(p + \frac{q}{r}\right) = 40$; luego, como el valor de $p - \frac{q}{r}$ es 4, entonces se tiene que $p + \frac{q}{r} = 10$.

Como $p + \frac{q}{r} = 10$ y $p - \frac{q}{r} = 4$, entonces al sumar ambas ecuaciones se obtiene que p = 7.

La alternativa correcta es C.

13. Marina posee $(3x + a). Luego gasta $(x – 2a) en una tienda y, finalmente, realiza un préstamo de $(2x – 5a) a su amigo Pablo. ¿Cuál es la expresión que representa el dinero con que Marina se quedó?

A) $ (x + 8a)

B) $ (x + 6a)

C) $ 8a

D) $ – 6a

Estrategia de resolución

Para resolver esta situación, se debe restar lo que gasta y el préstamo a la cantidad inicial que posee Marina:

$$(3x + a) – (x – 2a) – (2x – 5a) = 3x + a – x + 2a – 2x + 5a = 8a.$$

Por lo tanto, Marina se queda con $8a.

La alternativa correcta es C.

14. Conforme a la segunda ley de Newton, “la aceleración de un objeto es directamente proporcional a la fuerza neta que actúa sobre él e inversamente proporcional a la masa”, entonces, si se sabe que al aplicar una fuerza neta desconocida a un cuerpo de 5 kilogramos este adquiere una aceleración de $2\,\frac{m}{s^2}$, entonces, ¿qué aceleración obtendría un objeto de 20 kilogramos si se aplica la misma fuerza?

A) $20\,\frac{m}{s^2}$.

B) $15\,\frac{m}{s^2}$.

C) $0{,}2\,\frac{m}{s^2}$.

D) $0{,}5\,\frac{m}{s^2}$.

Estrategia de resolución

Al ordenar los datos del enunciado en una tabla se obtiene:

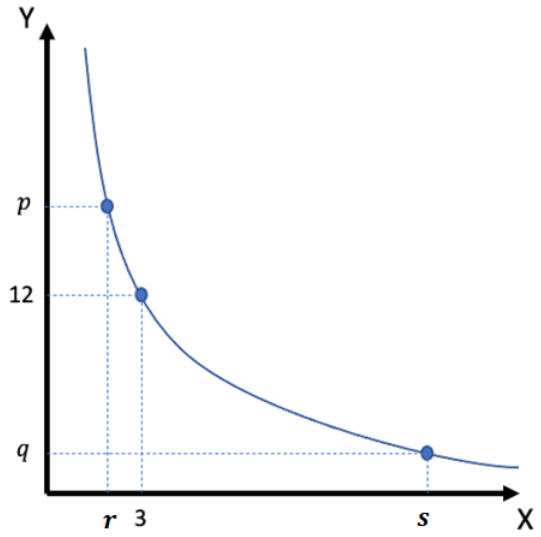
Aceleración $\left(\frac{m}{s^2}\right)$	Masa (kilogramos)
2	5
x	20

Como las variables se relacionan de manera inversamente proporcional, el valor de **x** se determina como:

$$20x = 2 \cdot 5 \rightarrow x = \frac{2 \cdot 5}{20} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2} = 0{,}5\,\frac{m}{s^2}.$$

La alternativa correcta es D.

15. Las variables X e Y se relacionan de manera inversamente proporcional. A partir de los datos del gráfico adjunto, ¿cuál es el valor de la expresión $p \cdot r - (q \cdot s)^2$?



A) 0

B) 600

C) -1260

D) -3600

Estrategia de resolución

Como las variables se relacionan de manera inversamente proporcional, el producto de las variables (**k**) se mantiene constante:

x	y	k
r	p	36
3	12	36
s	q	36

Por lo tanto, $r \cdot p = s \cdot q = 36$. Por ende, se tiene que $p \cdot r - (q \cdot s)^2 = 36 - 36^2 = -1260$.

La alternativa correcta es C.

16. Un preparador físico recomendó a Joaquín realizar ejercicio diariamente y gastar al menos 400 calorías. Si por cada minuto de trote Joaquín gasta 60 calorías, mientras que un minuto en bicicleta gasta 10 calorías. ¿cuál de las siguientes inecuaciones modela la cantidad de minutos **x** que debe trotar para llevar a cabo la recomendación de su preparador, si se sabe que diariamente entrena 20 minutos en la bicicleta?

A) $60x+200 > 400$

B) $60x+200 < 400$

C) $60x+200 \geq 400$

D) $60x+200 \leq 400$

Estrategia de resolución

A partir de la recomendación de su preparador, se construye la relación:

$$Calorías_{trote} + Calorías_{bicicleta} \geq 400$$

Como cada minuto de trote quema 60 calorías y cada minuto de bicicleta quema 10 calorías, y sabiendo que Joaquín anduvo en bicicleta durante 20 minutos, entonces se obtiene:

$$60x + 10 \cdot 20 \geq 400$$

$$60x + 200 \geq 400$$

La alternativa correcta es C.

17. Sea M = 4 – 2b, con **b** un número real. Si – 7 ≤ b ≤ 1, entonces, ¿qué valores puede tomar M?

A) Solo los valores entre el 3 y el 11, ambos incluidos.

B) Solo los valores entre el 2 y el 18, ambos incluidos.

C) Solo los valores entre el – 10 y el 2, ambos incluidos.

D) Todos los valores menores o iguales que 18.

Estrategia de resolución

Como M = 4 – 2b, y – 7 ≤ b ≤ 1, entonces:

El mayor valor que puede alcanzar **b** es 1, por lo cual el menor valor que puede alcanzar M es $4 – 2 \cdot (1) = 2$.
El menor valor que puede alcanzar **b** es –7, por lo cual el mayor valor que puede alcanzar M es $4 – 2 \cdot (–7) = 18$.
Por lo tanto, los valores que puede tomar M son solo los valores entre 2 y 18, ambos incluidos.

La alternativa correcta es B.

18. A un equipo de fútbol le pagan $$M$$ por cada gol que hace uno de sus jugadores, pero si es de penal le pagan $($$M$$ – 10.000). Si al finalizar un campeonato el equipo completó 50 goles, de los cuales 5 fueron de penal y en total se pagaron $4.450.000, ¿cuánto se pagó por cada gol de penal?

A) $ 90.000

B) $ 89.200

C) $ 88.800

D) $ 80.000

Estrategia de resolución

Como se hicieron 50 goles en total, de los cuales 5 fueron de penal, entonces 45 no fueron de penal. El pago por los goles es el siguiente:

$$\text{De penal} = 5 \cdot (M - 10.000).$$
$$\text{No de penal} = 45 \cdot M.$$

Por lo tanto, el pago total se representa como $45M + 5(M - 10.000) = 4.450.000$. Al resolver esta ecuación, se obtiene:

$$45M + 5M - 50.000 = 4.450.000$$
$$50M = 4.500.000 \ / :50$$
$$M = \$\ 90.000$$
$$M - 10.000 = \$\ 80.000$$

La alternativa correcta es D.

19. Una empresa fabrica dos productos identificados como A y B. El costo unitario de A es $**p** y el de B es $**q**. En marzo los costos de producción fueron de $**r** y se llegaron a fabricar T unidades en total. Si M representa la cantidad de productos A, y N corresponde a la cantidad de productos B, ¿cuál de los siguientes sistemas de ecuaciones permite determinar los valores de M y N?

A) $\begin{cases} M + N = T \\ p + q = r \end{cases}$

B) $\begin{cases} M - N = T \\ pM + qN = r \end{cases}$

C) $\begin{cases} M + N = T \\ pM + N = r \end{cases}$

D) $\begin{cases} M + N = T \\ pM + qN = r \end{cases}$

Estrategia de resolución

Como se producen T unidades, entonces se obtiene la ecuación M + N = T. Por otro lado, como los costos de producción ascienden a $**r**, entonces es posible construir la ecuación pM + qN= r.

La alternativa correcta es D.

20. ¿Con cuál de las siguientes ecuaciones la ecuación 3x + 9y = 12 forma un sistema que **NO** tiene solución?

A) 15 x = – 40y + 12

B) 15 x = – 45y + 60

C) 15 x = – 44y + 8

D) 15 x = – 45y + 70

Estrategia de resolución

Para responder esta pregunta, hay que recordar que un sistema de dos ecuaciones lineales, en su forma general, no tiene solución cuando la división de los coeficientes que acompañan a la variable **x** es igual a la división de los coeficientes que acompañan a la variable **y**, pero distinta a la división de los coeficientes libres. Así, la ecuación de la alternativa D cumple con estos requisitos luego de ser ordenada:

$$\frac{3}{15} = \frac{9}{45} \neq \frac{12}{70}.$$

La alternativa correcta es D.

21. El costo de envío de un producto en función de la distancia de entrega sigue un comportamiento lineal. A continuación, se muestran los precios y las distancias recorridas para la entrega de 2 envíos de una empresa:

Distancia (km)	Precio ($)
a	p
b	q

Si se sabe que el costo fijo por envío es igual a **c,** ¿cuál de las siguientes funciones representa el precio, en pesos, de realizar un envío a una distancia de **x** kilómetros?

A) $f(x) = \left(\frac{p - q}{b - a}\right) x + c$

B) $f(x) = \left(\frac{p - q}{a - b}\right) x + c$

C) $f(x) = \left(\frac{p + q}{b - a}\right) x + c$

D) $f(x) = \left(\frac{p - q}{b + a}\right) x + c$

Estrategia de resolución

En este caso se trabaja con los puntos (a, p) y (b, q). La pendiente de la recta que modela el precio es:

$$m = \frac{p - q}{a - b}$$

Además, el costo fijo es igual a c. Por ende, la función buscada es $f(x) = \left(\frac{p - q}{a - b}\right) x + c$.

La alternativa correcta es B.

22. Para calcular el tiempo **t**, en segundos, que demora en caer un objeto desde una determinada altura, se aplica la relación:

$$g \cdot t^2 = 2h$$

En donde **h** representa la altura, en metros, medida desde el suelo y **g** es la aceleración de gravedad que corresponde a un valor de 10 m/s^2. ¿Cuánto demora en caer un objeto que se suelta desde una altura de 20 metros?

A) 2 segundos.

B) 4 segundos.

C) 6 segundos.

D) 8 segundos.

Estrategia de resolución

Para determinar el tiempo que demora en caer un cuerpo, se debe despejar la variable t de la relación descrita, obteniéndose:

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}}$$

Luego, al reemplazar los datos en la relación:

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot 20}{10}} = \sqrt{\frac{40}{10}} = \sqrt{4} = 2\ segundos.$$

La alternativa correcta es A.

23. Dada la ecuación $x^2 - 2x + 2k + 1 = 0$, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es siempre verdadera?

A) Si k > 0, las soluciones de la ecuación son reales y distintas.

B) Si k = 0, las soluciones de la ecuación son reales y distintas.

C) Si k = 0, las soluciones de la ecuación son reales e iguales.

D) Si k < 0, las soluciones de la ecuación no son reales.

Estrategia de resolución

Para conocer la naturaleza de las soluciones de una ecuación cuadrática, se debe calcular el discriminante $b^2 - 4ac$. En este caso, **a** = 1; **b**= – 2; y **c** = 2k + 1. Al reemplazar se obtiene:

$b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (2k + 1)$ (Reemplazando)
$= 4 - 8k - 4$ (Desarrollando)
$= -8k$

Analizando el discriminante, se tiene:

- Si k > 0, entonces el discriminante es negativo, por lo que las soluciones no serán reales.
- Si k = 0, el discriminante es 0 y, por ende, las soluciones serán reales e iguales.
- Si k < 0, el discriminante es positivo, por lo que las soluciones serán reales y distintas.

La alternativa correcta es C.

24. Con respecto a la ecuación $(2-x)(x+4)=6$, es correcto decir que la ecuación tiene como solución:

A) La ecuación tiene como solución dos números reales positivos.

B) La ecuación tiene como solución 2 y -4.

C) La ecuación tiene como solución dos números irracionales.

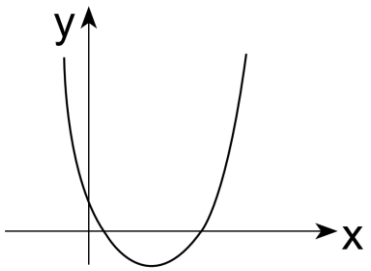
D) La ecuación tiene como solución dos números reales iguales.

Estrategia de resolución

Al ordenar la igualdad, se obtiene la ecuación $x^2+2x-2=0$, cuyas soluciones son $-1+\sqrt{3}$ y $-1-\sqrt{3}$. Estos valores son irracionales: uno positivo y el otro negativo.

La alternativa correcta es C.

25. El gráfico de la figura adjunta representa a la función real $f(x) = ax^2 + bx + c$, con **a** un número real distinto de cero.



Con relación a lo anterior, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

A) El valor de a es negativo.

B) El valor de c es negativo.

C) El valor de expresión $(b^2 – 4ac)$ es negativa.

D) Los valores de las soluciones de f(x) = 0 son positivos.

Estrategia de resolución

A) El valor de ***a*** es negativo. Esta afirmación es falsa, ya que la gráfica de la función es cóncava hacia arriba, lo que ocurre cuando a es positivo.

B) El valor de ***c*** es negativo. Esta afirmación es falsa, ya que la gráfica de la función intersecta al eje y en **c**.

C) La expresión $(b^2 – 4ac)$ es negativa. Esta afirmación es falsa, ya que se aprecia que la gráfica corta en dos puntos al eje de las abscisas, es decir, tiene dos soluciones reales y distintas. Esto ocurre cuando el valor $b^2 – 4ac$ de la función es positivo.

D) Los valores de las soluciones de f(x) = 0 son positivos. Esta afirmación es verdadera, pues la función intersecta dos veces al eje x en dos valores positivos.

La alternativa correcta es D.

26. Con respecto a la gráfica de la función real $g(x) = x^2 + 2x - 3$, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?

A) Tiene su eje de simetría a la derecha del eje de las ordenadas.

B) Su vértice se encuentra en el tercer cuadrante.

C) Corta al eje de las ordenadas en el punto (0, 3).

D) Corta al eje de las abscisas en un punto.

Estrategia de resolución

En la función real $g(x) = x^2 + 2x - 3$, se aprecia que los coeficientes de la función son $a = 1$, $b = 2$ y $c = -3$. Luego:

A) Esta afirmación es falsa, ya que el eje de simetría de la gráfica de una función cuadrática se puede determinar mediante la expresión $x = -\frac{b}{2a}$, que en este caso es $x = -\frac{2}{2} = -1$, por lo que el eje de simetría se ubica a la izquierda del eje de las ordenadas.

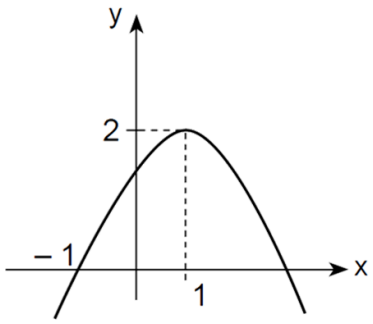
B) Esta afirmación es verdadera, pues el vértice se calcula como $\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a}\right) = (-1, -4)$. Este punto se encuentra en el tercer cuadrante.

C) Esta afirmación es falsa, ya que el término independiente **c** de una función cuadrática indica el punto de corte de la gráfica de la función con el eje de las ordenadas, que en este caso es (0, – 3).

D) Esta afirmación es falsa, ya que los puntos de corte de la gráfica de una función cuadrática pueden determinarse mediante el discriminante, cuya expresión es $b^2 - 4ac$, que en este caso se obtiene $(2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3) = 16$, el cuál es un valor positivo, por lo que la gráfica corta al eje de las abscisas en dos puntos.

La alternativa correcta es B.

27. A partir del siguiente gráfico:



¿Cuál de las siguientes funciones cuadráticas está **mejor** representada por la parábola adjunta?

A) $f(x) = \frac{-x^2 + 2x + 3}{2}$

B) $g(x) = -x^2 + 1$

C) $h(x) = -x^2 + 2x + 2$

D) $f(x) = \frac{-x^2 - 2x - 3}{2}$

Estrategia de resolución

A partir del gráfico, se pueden identificar dos puntos que pertenecen a la función: (−1,0) y (1,2). Entonces, la función solicitada debe contener a estos puntos, es decir, $f(-1) = 0$ y $f(1) = 2$.

En este caso, la función buscada es $f(x) = \frac{-x^2 + 2x + 3}{2}$, pues si se reemplazan los puntos ocurre que $f(-1) = \frac{-(-1)^2 + 2(-1) + 3}{2} = 0$, es decir, el punto (−1,0) pertenece a la función f.

Por otro lado, $f(1) = \frac{-1^2 + 2 \cdot 1 + 3}{2} = 2$, es decir, el punto (1,2) pertenece a la función f.

La alternativa correcta es A.

28. Un punto A(a, b) está ubicado en el plano cartesiano. Entonces, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?

A) Si a = – 2b, la distancia entre A y el origen es $\sqrt{3b^2}$.

B) Si b = – a, la distancia entre A y el origen es $\sqrt{a^2}$.

C) Si a = 3b, la distancia entre A y el origen es $\sqrt{10b^2}$.

D) Si b = 4a, la distancia entre A y el origen es $\sqrt{17b^2}$.

Estrategia de resolución

Se puede calcular la distancia solicitada aplicando el Teorema de Pitágoras en cada caso:

A) Esta afirmación es incorrecta, pues si a = – 2b, la distancia entre A y el origen es $\sqrt{a^2 + (2b)^2} = \sqrt{5b^2}$.

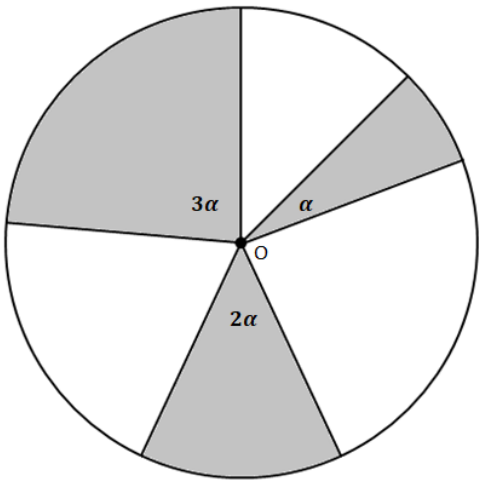
B) Esta afirmación es incorrecta, pues si b = – a, la distancia entre A y el origen es $\sqrt{a^2 + (a)^2} = \sqrt{2a^2}$.

C) Esta afirmación es correcta, pues si a = 3b, la distancia entre A y el origen es $\sqrt{b^2 + (3b)^2} = \sqrt{10b^2}$.

D) Esta afirmación es incorrecta, pues si b = 4a, la distancia entre A y el origen es $\sqrt{a^2 + (4a)^2} = \sqrt{17a^2}$.

La alternativa correcta es C.

29. En la circunferencia de centro O y radio **r** se trazan tres sectores circulares, tal como se muestra en la imagen adjunta.



¿Cuál es el área de la zona achurada?

A) $\frac{\pi \cdot r^2 \cdot \alpha}{30}$

B) $\frac{\pi \cdot r^2 \cdot \alpha}{60}$

C) $\frac{\pi \cdot r^2 \cdot \alpha}{180}$

D) $\frac{\pi \cdot r^2 \cdot \alpha}{360}$

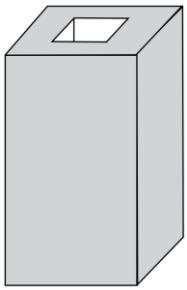
Estrategia de resolución

El área achurada está conformada por tres sectores circulares. Al sumar las tres áreas se obtiene:

$$A = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot \alpha}{360} + \frac{\pi \cdot r^2 \cdot 2\alpha}{360} + \frac{\pi \cdot r^2 \cdot 3\alpha}{360} = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot \alpha}{60}.$$

La alternativa correcta es B.

30. En la figura adjunta se muestra un sólido formado por un paralelepípedo recto cuya altura mide 4a cm y una base cuadrada de lado 3a cm. En su interior se ha vaciado un espacio, cuya forma también es de un paralelepípedo recto, con una altura que mide 4a cm y una base cuadrada de lado 2a cm.



Si las caras de ambos paralelepípedos (exterior e interior) son paralelas entre sí, entonces ¿cuál es el volumen del cuerpo de la figura en cm^3?

A) $36a^3$

B) $24a^3$

C) $20a^3$

D) $18a^3$

Estrategia de resolución

El volumen del cuerpo de la figura se calcula como la diferencia entre el sólido exterior completo y el espacio interior.
El sólido sin el espacio es un paralelepípedo recto, cuya altura mide 4a cm y su base es un cuadrado de lado 3a cm. Por lo tanto, su volumen es:

$$4a \cdot (3a)^2 = 4a \cdot 9a^2 = 36a^3 \text{ cm}^3$$

Por otro lado, el espacio interior es un paralelepípedo recto, cuya altura mide 4a cm y su base es un cuadrado de lado 2a cm. Por ende, su volumen es:

$$4a \cdot (2a)^2 = 4a \cdot 4a^2 = 16a^3 \text{ cm}^3.$$

Por lo tanto, el volumen del cuerpo de la figura es $(36a^3 – 16a^3) = 20a^3$ cm³.

La alternativa correcta es C.

31. Una persona desea comprar una piscina y le ofrecen cuatro modelos de igual precio, dos de ellos con forma de paralelepípedo y otros dos con forma cilíndrica.

Piscinas con forma de paralelepípedo

	Largo	Ancho	Profundidad
Opción A	3 m	2 m	1 m
Opción B	2 m	2 m	1,5 m

Piscinas con forma cilíndrica

	Radio	Profundidad
Opción C	1,5 m	1 m
Opción D	1,5 m	1,5 m

Según la información dada y si todas las piscinas se llenan completamente, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera? (considere $\pi = 3$).

A) Todas las piscinas tienen igual capacidad.

B) La piscina con mayor capacidad es la opción A.

C) La capacidad de la opción B es igual a la capacidad de la opción C.

D) Las opciones C y D tienen mayor capacidad.

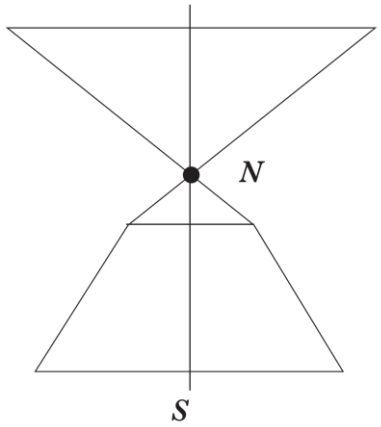
Estrategia de resolución

Al calcular el volumen de cada piscina, se obtiene:

$$Opción\ A = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6m^3.$$
$$Opción\ B = 2 \cdot 2 \cdot 1{,}5 = 6m^3.$$
$$Opción\ C = 3 \cdot 1{,}5^2 \cdot 1 = 6{,}75m^3.$$
$$Opción\ D = 3 \cdot 1{,}5^2 \cdot 1{,}5 = 10{,}125m^3.$$

Al analizar las alternativas, se observa que **la correcta es la opción D**.

32. Dada la recta S y el punto N de la siguiente figura:



¿Qué transformación isométrica se debe aplicar a la mitad derecha del dibujo para, así, obtener la mitad izquierda?

A) Una traslación.

B) Una rotación de 180º con centro en N.

C) Una reflexión con respecto al punto N.

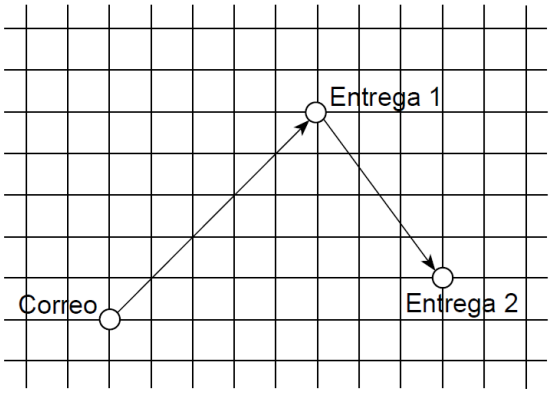
D) Una reflexión con respecto a la recta S.

Estrategia de resolución

Considerando la mitad derecha del dibujo, se puede apreciar que, reflejando la figura sobre la recta S, se obtiene la mitad izquierda.

La alternativa correcta es D.

33. Javier, el cartero, parte desde la oficina de correos a entregar dos paquetes en orden, según lo explica la figura adjunta.



Si cada cuadrado del mapa representa 1 unidad, ¿cuál es el vector que describe su desplazamiento total?

A) (3, – 4)

B) (3, 4)

C) (5, 5)

D) (8, 1)

Estrategia de resolución

Si se ubica un sistema de referencia de tal forma que el correo se encuentre en el punto (0,0), entonces la entrega 2, que es el punto final, se encuentra en el punto (8,1).

Por lo tanto, el vector traslación será igual a (8,1) - (0,0) = (8,1).

La alternativa correcta es D.

34. Un arquitecto está preparando un plano en el cual la escala es 1: p. Si en el plano un edificio tiene una altura de 50 cm, ¿cuál es la altura real de este edificio?

A) 0,5p metros.

B) p metros.

C) 5p metros.

D) 50p metros.

Estrategia de resolución

Para resolver este problema, es necesario utilizar proporcionalidad, la cual se expresa cómo:

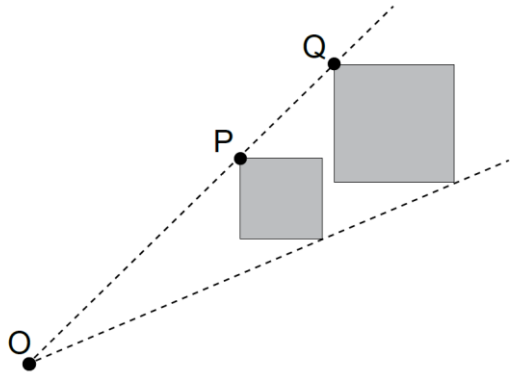
$$\frac{1}{p} = \frac{50}{x}$$

Por lo que al despejar **x** y transformar a metros, se obtiene que:

$$x = 50 \cdot p = 50p\ cm = 0{,}5p\ metros.$$

La alternativa correcta es A.

35. En la figura, una homotecia de centro O transforma un cuadrado de lado 3 cm en un cuadrado de lado 5 cm.



Si OQ = 40 cm, ¿cuál es la medida del segmento PQ?

A) 24 cm.

B) 16 cm.

C) 15 cm.

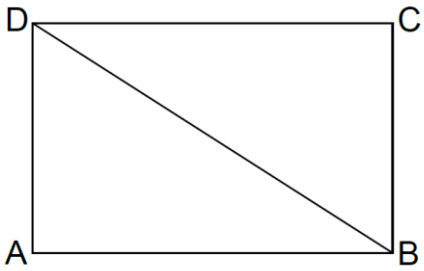
D) 10 cm.

Estrategia de resolución

Como la homotecia de centro O transforma un cuadrado de lado 3 cm en otro de lado 5 cm, entonces la razón de homotecia es $\frac{5}{3}$. Debido a esto, se cumple la proporción $\frac{\mathrm{OQ}}{\mathrm{OP}} = \frac{5}{3}$. Como $\mathrm{OQ} = 40$, entonces $\frac{40}{\mathrm{OP}} = \frac{5}{3}$. De esta proporción, se obtiene que $\mathrm{OP} = \frac{40 \cdot 3}{5} = 24$ cm.
Por lo tanto, la medida buscada es $\mathrm{PQ} = \mathrm{OQ} - \mathrm{OP} = 40 - 24 = 16$ cm.

La alternativa correcta es B.

36. En el rectángulo ABCD de la figura, se afirma que el triángulo BCD es el resultado de aplicar una homotecia al triángulo DAB.



Con respecto a la afirmación anterior, ¿cuál es el centro y razón de homotecia?

A) Vértice D y razón de homotecia – 1.

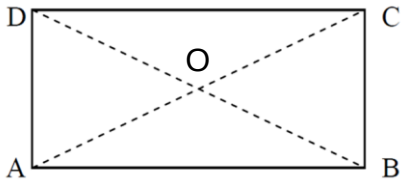
B) Vértice A y razón de homotecia – 1.

C) Punto medio de DB y razón de homotecia 1.

D) Punto medio de DB y razón de homotecia – 1.

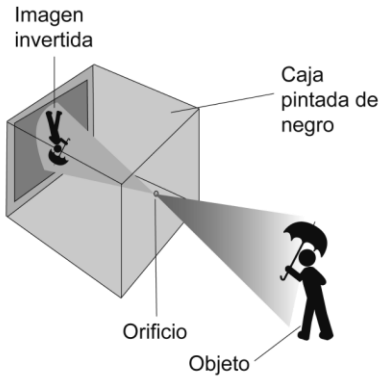
Estrategia de resolución

Como ABCD es un rectángulo, y $\overline{\mathrm{DB}}$ es una diagonal de éste, entonces los triángulos DAB y BCD son congruentes entre sí. Al unir los vertices homólogos con segmentos, se encuentra el centro de homotecia O, el cual es el punto medio de las diagonales $\overline{\mathrm{DB}}$ y $\overline{\mathrm{AC}}$, como se aprecia en la figura adjunta. Entonces, por propiedades de rectángulos, $OA \cong OC \; y \; OB \cong OD$. Como los vértices homologos A y C están a lados opuestos del centro de homotecia, entonces la razón de homotecia es -1.



La alternativa correcta es D.

37. La “cámara oscura” consiste en una caja sellada, completamente oscura, con un pequeño orificio en el frente que permite que se proyecte en su interior una imagen invertida y proporcional de los objetos que se sitúan frente a ella, tal como lo muestra la figura adjunta.



Si se sabe que el fenómeno descrito anteriormente corresponde a una homotecia, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?

A) El centro de homotecia está en el objeto y la razón de homotecia es negativa.
B) El centro de homotecia está en el orificio y la razón de homotecia es negativa.
C) El centro de homotecia está en el orificio y la razón de homotecia es positiva.
D) El centro de homotecia está en el objeto y la razón de homotecia es positiva.

Estrategia de resolución

El centro de homotecia esta en el orificio y la razon de homotecia es negativa, debido a que la imagen esta invertida.

La alternativa correcta es B.

38. Al mirar la cumbre de un cerro, se observa que el ángulo de elevación es de 30º. Al acercarse horizontalmente *A* metros, el ángulo es 60º. ¿Cuál es la altura del cerro?

A) $2A\sqrt{3}$ metros.

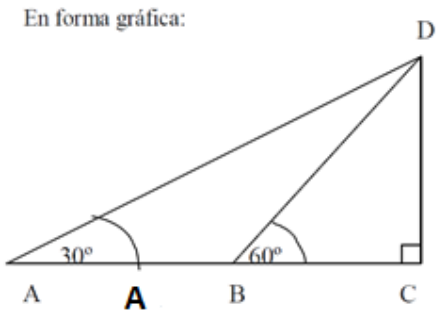
B) $A\sqrt{3}$ metros.

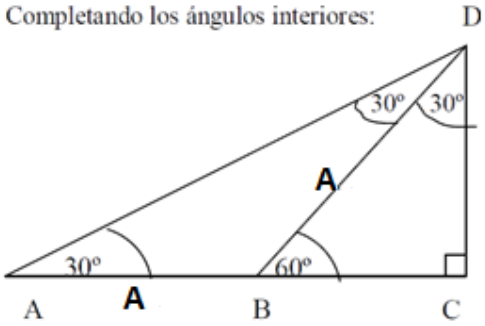
C) $\frac{A}{2}\sqrt{3}$ metros.

D) $\frac{A}{4}\sqrt{3}$ metros.

Estrategia de resolución

Al representar la situación de forma grafica, en donde la posición inicial es el punto A, la nueva posición es el punto B y el cerro es el segmento CD, se aprecia la formación del triangulo isosceles ABD, con base AD.



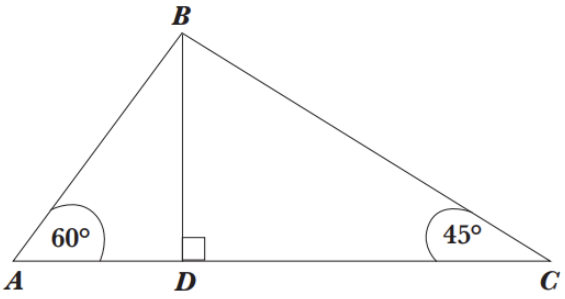


Por lo tanto, $\overline{AB} = \overline{BD} = A$. Luego, aplicando el seno del ángulo CBD se obtiene:

$$\text{sen } 60° = \frac{\overline{CD}}{A} \rightarrow A \cdot \text{sen } 60° = \overline{CD} \rightarrow \overline{CD} = A \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

La alternativa correcta es C.

39. En la figura adjunta, AB = 8 m.



¿Cuál es el área del triángulo BCD en m^2?

A) $16\sqrt{3}$

B) 24

C) 48

D) $24+8\sqrt{3}$

Estrategia de resolución

Al calcular el seno del ángulo DAB y reemplazar el valor de AB, se obtiene:

$$\text{sen}(60°) = \frac{\text{BD}}{\text{AB}} \rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\text{BD}}{8} \rightarrow \text{BD} = 4\sqrt{3}$$

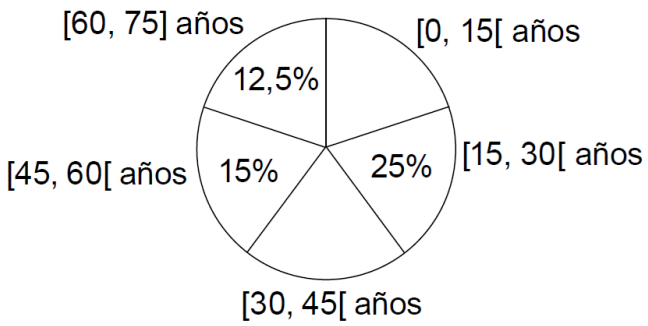
Luego, debido a que el ángulo $\text{DBC} = 45°$, entonces el triángulo BDC es isósceles con base BC, por lo que $\text{DC} = \text{DB} = 4\sqrt{3}$.

Por lo tanto, el área es igual a:

$$\text{A} = \frac{4\sqrt{3} \cdot 4\sqrt{3}}{2} = 24\text{cm}^2$$

La alternativa correcta es B.

40. El gráfico adjunto muestra el resultado de una encuesta que se aplicó para conocer las edades de las personas que viven en cierto barrio.



Si el intervalo [30, 45[agrupa a 20 personas y el intervalo [15, 30[agrupa a 30 personas, entonces ¿cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

A) [60, 75] está compuesto de 12 personas.

B) [45, 60[está compuesto por 20 personas.

C) [15, 30[agrupa al doble de personas que el [45, 60].

D) [0, 15[agrupa a más personas que cualquier otro intervalo.

Estrategia de resolución

Al tabular los datos presentados en el gráfico, resulta la tabla adjunta.

Edad (años)	Frecuencia	Frecuencia porcentual
[0, 15[	37	$30,8\overline{3}\,\%$
[15, 30[	30	25 %
[30, 45[	20	$16,\overline{6}\,\%$
[45, 60[	18	15 %
[60, 75]	15	12,5 %

Al analizar la tabla se observa que **la alternativa correcta es D**.

41. La tabla adjunta muestra la cantidad de abdominales que pueden realizar, en un minuto, los asistentes de dos equipos en una clase de gimnasia.

Rendimiento	Abdominales	Equipo A	Equipo B
Muy bajo	1 – 15	3	5
Bajo	16 – 30	7	14
Aceptable	31 – 45	10	9
Alto	46 – 60	5	2

Según esta información, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

A) La mayoría de los registros son del equipo A.

B) Menos del 15% de los asistentes tiene un rendimiento muy bajo.

C) El 60% del equipo B tiene un rendimiento igual o mayor al rendimiento aceptable.

D) Todos los asistentes del equipo B con bajo rendimiento hicieron más abdominales con respecto a los asistentes del equipo A con bajo rendimiento.

Estrategia de resolución

A) Esta afirmación es falsa, pues el equipo A tiene 25 registros, mientras que el equipo B tiene 30.

B) Esta afirmación es verdadera, pues 8 de 55 asistentes tuvo un rendimiento muy bajo, lo que equivale a un 14,545454….%

C) Esta afirmación es falsa, ya que el rendimiento es del 36,66..%

D) Esta afirmación es falsa, pues no se puede determinar con los datos entregados

La alternativa correcta es B.

42. Sean A, B, C, D y E las edades, en años, de cinco hermanos. En la tabla adjunta, se muestra el promedio de edad entre tres de los hermanos.

Edades de hermanos	Promedio de edad (años)
A, B, C	14
B, C, D	16
A, D, E	14
A, B, E	13
C, D, E	18

A partir de esta información, ¿cuál es la media entre las edades de los cinco hermanos?

A) 14 años.

B) 15 años.

C) 16 años

D) 18 años.

Estrategia de resolución

Como cada dato de la tabla representa el promedio de las edades de 3 de los hermanos, al sumar estos datos se obtiene:

$$\frac{\mathrm{A}+\mathrm{B}+\mathrm{C}}{3}+\frac{\mathrm{B}+\mathrm{C}+\mathrm{D}}{3}+\frac{\mathrm{A}+\mathrm{D}+\mathrm{E}}{3}+\frac{\mathrm{A}+\mathrm{B}+\mathrm{E}}{3}+\frac{\mathrm{C}+\mathrm{D}+\mathrm{E}}{3}=14+16+14+13+18$$

Al sumar se obtiene:

$$\frac{3A+3B+3C+3D+3E}{3}=75$$

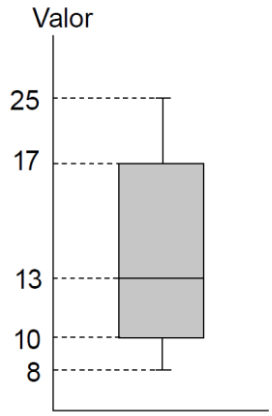
Al factorizar y simplificar:

$$\frac{3(A+B+C+D+E)}{3}=75\rightarrow A+B+C+D+E=75$$

Como la suma de las edades es 75, entonces el promedio entre las edades de los cinco hermanos es $\frac{75}{5}=15$.

La alternativa correcta es B.

43. El diagrama de cajas adjunto muestra los valores de los datos recopilados en un experimento.



¿Cuál de las siguientes afirmaciones es siempre verdadera?

A) El rango intercuartil es igual a 7.
B) Entre 8 y 10 hay menos datos que de 10 a 13.
C) El promedio de los datos de la muestra es igual a 14,6.
D) Los datos menores a 10, junto a los mayores de 17, equivalen al 50 % de la muestra.

Estrategia de resolución

A) Esta afirmación es verdadera, pues el rango intercuartil es 17-10 = 7
B) Esta afirmación es falsa, pues puede haber datos en los límites de cada intervalo.
C) Esta afirmación es falsa, pues no se puede conocer el promedio con un diagrama de cajas.
D) Esta afirmación es falsa, pues no se puede establecer que, entre esos rangos, hay a lo más 50% de los datos

La alternativa correcta es A.

44. ¿En cuál de las siguientes situaciones siempre se cumple que la desviación estándar, la varianza y el promedio son iguales?

A) Tres números pares consecutivos.

B) Cuatro números impares consecutivos.

C) Cuatro números enteros positivos consecutivos.

D) Ninguna de las anteriores.

Estrategia de resolución

A) Esta afirmación es falsa, pues si los números expresados de forma algebraica son 2n, (2n+2), (2n+4), con **n** número entero, entonces la media de estos números es $2n + 2$, la desviación estándar es $\sqrt{\frac{8}{3}}$ y la varianza es $\frac{8}{3}$.

B) Esta afirmación es falsa, pues si los números expresados de forma algebraica son (2n+1), (2n+3), (2n+5) y (2n+7), con **n** número entero, entonces la media de estos números es $2n + 4$, la desviación estándar es $\sqrt{5}$ y la varianza es 5.

C) Esta afirmación es falsa, pues si los números expresados de forma algebraica son n, (n+1), (n+2) y (n+3), con **n** número entero, entonces la media de estos números es $\frac{2n+3}{2}$, la desviación estándar es $\frac{\sqrt{5}}{2}$ y la varianza es $\frac{5}{4}$.

La alternativa correcta es D.

45. La tabla adjunta muestra el intervalo de peso en Kg de los integrantes de un club de natación.

Intervalo	Frecuencia porcentual
[10, 30[	60%
[30, 50]	40%

Considerando la información de la tabla, ¿cuál es la desviación estándar obtenida a partir de la marca de clase?

A) 20

B) 10

C) $4\sqrt{6}$

D) $4\sqrt{13}$

Estrategia de resolución

La marca de clase del primer intervalo es 20, mientras que la segunda es 40. Al calcular el promedio se obtiene $20 \cdot 60\% + 40 \cdot 40\% = 12 + 16 = 28$.
Ahora, al calcular la desviación estándar se obtiene:

$$\sqrt{(20-28)^2 \cdot 60\% + (40-28)^2 \cdot 40\%} = \sqrt{64 \cdot 60\% + 144 \cdot 40\%} = \sqrt{96} = 4\sqrt{6}.$$

La alternativa correcta es C.

46. Mónica tiene **k** osos y **q** conejos de peluche, todos distintos entre sí, a los que quiere ordenar uno al lado de otro en dos repisas. ¿De cuántas formas distintas puede hacerlo si en la repisa superior ordenará los osos y en la repisa inferior ordenará los conejos?

A) $k! + q!$

B) $k! \cdot q!$

C) $2 \cdot k! \cdot q!$

D) $2 \cdot (k! + q!)$

Estrategia de resolución

Los elementos que serán ordenados en la repisa superior son **k**, por lo tanto, en la primera posición puede ir cualquiera de los **k** peluches. Sin embargo, luego de escoger uno para que sea el primero, para ocupar la segunda posición solo se tienen k-1 opciones. Para la tercera posición k-2 alternativas y así sucesivamente. Por ello, se tienen k! formas distintas de ordenarlos.

Siguiendo la misma lógica, la repisa inferior tiene **q** opciones, por lo tanto, habrá q! formas distintas de ordenarlos.

Por lo tanto, habrá $k! \cdot q!$ formas distintas de ordenar a los osos y a los conejos.

La alternativa correcta es B.

47. Sea el conjunto A = {a, b, c, d, e, f, g, h}. ¿Cuántas muestras pueden extraerse de este conjunto, sin orden y sin reposición, que sean de tamaño 3 y que contengan a d?

A) 5

B) 21

C) 35

D) 42

Estrategia de resolución

Al ser muestras sin orden ni reposición, esto corresponde a una combinatoria. Además, como las muestras deben contener la letra d, entonces se deben elegir 2 elementos de una población de 7, por lo que será una combinatoria con $n = 7$ y $k = 2$:

$$\binom{7}{2} = \frac{7!}{5! \cdot 2!} = \frac{7 \cdot 6}{2} = 21.$$

La alternativa correcta es B.

48. Una bolsa con N bolitas, tiene T bolitas verdes y el resto son blancas, todas de igual peso y tamaño. Se extrae una bolita al azar y se devuelve a la urna, luego se saca una segunda, la que no se devuelve, y, finalmente, se extrae una tercera. ¿Cuál es la probabilidad de que la primera sea verde, la segunda sea blanca y la tercera sea nuevamente blanca?

A) $\frac{T}{N} \cdot \frac{N-T}{N} \cdot \frac{N-T}{N}$

B) $\frac{T}{N} \cdot \frac{N-T}{N} \cdot \frac{N-T-1}{N}$

C) $\frac{T}{N} \cdot \frac{N-T}{N} \cdot \frac{N-T-1}{N-1}$

D) $\frac{T}{N} \cdot \frac{N-T}{N} \cdot \frac{N-T}{N-1}$

Estrategia de resolución

En total hay N bolitas en la urna. En la primera extracción hay T bolitas verdes en la urna y $N - T$ bolitas blancas. Por esto, la probabilidad de extraer al azar una bolita verde es $\frac{T}{N}$.

Como la bolita de la primera extracción se devuelve, entonces la urna tiene N bolitas para la segunda extracción, de las cuales $N - T$ son blancas. Luego, la probabilidad de extraer una bolita blanca es $\frac{N-T}{N}$.

Como la bolita de la segunda extracción no se devuelve, entonces en la urna hay $N - 1$ bolitas, de las que T son verdes y $N - T - 1$ son blancas. Es por esto que la probabilidad de extraer una bolita blanca en la segunda extracción es $\frac{N-T-1}{N-1}$.
Por lo tanto, por producto de probabilidades, se tiene que la probabilidad buscada es igual al producto de las probabilidades de cada una de las 3 extracciones:

$$\frac{T}{N} \cdot \frac{N-T}{N} \cdot \frac{N-T-1}{N-1}$$

La alternativa correcta es C.

49. En una tómbola se tienen bolitas de color azul, rojo, verde y amarillo, todas del mismo peso y tamaño. Si la razón entre bolitas azules y verdes es 3 : 2, la razón entre amarillas y azules es 1 : 2, y la razón entre bolitas verdes y rojas es 6 : 5, ¿cuál es la probabilidad de escoger al azar una bolita azul o una roja?

A) $\frac{4}{7}$

B) $\frac{3}{7}$

C) $\frac{5}{9}$

D) $\frac{1}{2}$

Estrategia de resolución

Como solo se conocen las razones de dos a dos en las que están las bolitas de distintos colores, entonces se amplificará cada razón con el fin de comparar todos los colores:

- $azules : verdes = 3 : 2 = 18 : 12.$
- $amarillas : azules = 1 : 2 = 9 : 18.$
- $verde : rojas = 6 : 5 = 12 : 10.$

De esta amplificación, se desprende que la razón entre las bolitas es

$$rojas : verdes : azules : amarillas = 10 : 12 : 18 : 9.$$

Esto quiere decir que, si el total de bolitas es $10 + 12 + 18 + 19 = 49$, entonces 10 son rojas, 12 son verdes, 18 son azules y 9 son amarillas. Por lo tanto, la probabilidad de escoger una bolita azul o roja es:

$$P(azul\ o\ roja) = P(azul) + P(roja) = \frac{18}{49} + \frac{10}{49} = \frac{28}{49} = \frac{4}{7}.$$

La alternativa correcta es A.

50. En una tienda A, al comprar un pantalón, la probabilidad de que se encuentre defectuoso es del 8%; en una tienda B, al comprar un pantalón similar, la probabilidad de que se encuentre defectuoso es del 3%, y en una tienda C la probabilidad de que un pantalón esté defectuoso es del 5%. Macarena, por razones de tiempo, cuando debe comprar un pantalón, va el 40% de las veces a la tienda A, el 10% de las veces a la tienda B y el resto a la tienda C. Si Macarena se compró un pantalón y este venía defectuoso, ¿cuál es la probabilidad aproximada de que lo haya comprado en la tienda A?

A) 66%

B) 53%

C) 41%

D) 5%

Estrategia de resolución

La probabilidad de que lo haya comprado en la tienda A, dado que está defectuoso, es:

$$P(A\ dado\ que\ es\ Def) = \frac{40\% \cdot 8\%}{40\% \cdot 8\% + 10\% \cdot 3\% + 50\% \cdot 5\%} = 0{,}53333\ldots \approx 53\%.$$

La alternativa correcta es B.

51. En un criadero de perros hay 50 cachorros, de los cuales 20 son hembras y el resto son machos. Al contabilizar a los cachorros con pelaje negro, se obtiene que 15 corresponden a hembras, mientras que 20 corresponden a machos. Si se elige un cachorro al azar y resulta ser macho, ¿cuál es la probabilidad de que su pelaje sea negro?

A) $\frac{1}{4}$

B) $\frac{1}{2}$

C) $\frac{3}{5}$

D) $\frac{2}{3}$

Estrategia de resolución

Se tiene que hay 50 cachorros en total, de los cuales 20 son hembra, por lo que hay 30 machos. De los machos, 20 son de pelaje negro. Del experimento de sacar un cachorro al azar, se pueden definir los siguientes eventos: *A: el cachorro tiene pelaje negro* y *B: el cachorro es macho,* entonces la probabilidad de escoger un cachorro macho y de pelaje negro es:

$$P(A \cap B) = \frac{20}{50}$$

Además, la probabilidad de obtener un cachorro macho es:

$$P(B) = \frac{30}{50}$$

Al calcular la probabilidad condicional “obtener un cachorro de pelaje negro dado que es macho” se obtiene:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{20}{50} : \frac{30}{50} = \frac{20}{50} \cdot \frac{50}{30} = \frac{20}{30} = \frac{2}{3}$$

La alternativa correcta es D.

52. Matías, Felipe y Barbara se reparten un premio de $ 600.000. Si Matías recibe la suma de lo que recibe Felipe y Bárbara, se puede determinar cuánto recibió cada uno si:

(1) Felipe recibe la mitad de lo que recibe Bárbara.

(2) Matías recibe el triple de lo que recibe Felipe.

A) (1) por sí sola

B) (2) por sí sola

C) Ambas juntas, (1) y (2)

D) Cada una por sí sola, (1) o (2)

E) Se requiere información adicional

Estrategia de resolución

Si se define M como el dinero que recibe Matías, F como el dinero que recibe Felipe y B como el dinero que recibe Bárbara, entonces del enunciado se establece que:

$$\mathrm{M} + \mathrm{F} + \mathrm{B} = 600.000$$
$$\mathrm{M} = \mathrm{F} + \mathrm{B}$$

(1) Felipe recibe la mitad de lo que recibe Bárbara. Con esta información es posible determinar cuánto recibe cada uno. De la información se establece que:

$$2\mathrm{F} = \mathrm{B}$$

Por lo tanto, se forma el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\mathrm{M} + \mathrm{F} + \mathrm{B} = 600.000$$
$$\mathrm{M} = \mathrm{F} + \mathrm{B}$$
$$2\mathrm{F} = \mathrm{B}$$

El cual se puede resolver, reemplazando la segunda ecuación en la primera.

(2) Matías recibe el triple de lo que recibe Felipe. Con esta información es posible determinar cuánto dinero recibe cada uno. De la información se desprende que:

$$\mathrm{M} = 3\mathrm{F}.$$

Por lo tanto, se forma el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\mathrm{M} + \mathrm{F} + \mathrm{B} = 6.00000$$
$$\mathrm{M} = \mathrm{F} + \mathrm{B}$$
$$\mathrm{M} = 3\mathrm{F}$$

Por ende, se pueden encontrar los valores de M, F y B.
Por lo tanto, la respuesta es: Cada una por sí sola, (1) ó (2)

La alternativa correcta es D.

53. Se puede determinar el valor numérico de $\frac{x^2-y^2}{x-y}$ con x ≠ y, si:

(1) x + y = 8

(2) x – y = 2

A) (1) por sí sola

B) (2) por sí sola

C) Ambas juntas, (1) y (2)

D) Cada una por sí sola, (1) o (2)

E) Se requiere información adicional

Estrategia de resolución

Al factorizar y simplificar la expresión se obtiene:

$$\frac{x^2-y^2}{x-y}=\frac{(x-y)(x+y)}{x-y}=x+y$$

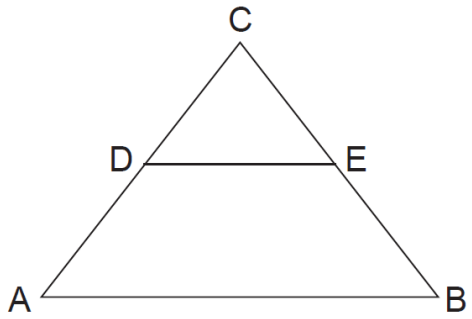
(1) x + y = 8. Con esta información es posible determinar el valor numérico de la expresión, pues es equivalente a x + y.

(2) x – y = 2. Con esta información no es posible determinar el valor numérico de la expresión, pues es equivalente a x + y.

Por lo tanto, la respuesta es (1) por sí sola.

La alternativa correcta es A.

54. En la figura adjunta, se muestran los triángulos Δ ABC y Δ DEC.



Se puede determinar que Δ ABC ~ Δ DEC si:

(1) AD ≅ DC y BE ≅ EC.
(2) El segmento DE es paralelo a AB.

A) (1) por sí sola
B) (2) por sí sola
C) Ambas juntas, (1) y (2)
D) Cada una por sí sola, (1) o (2)
E) Se requiere información adicional

Estrategia de resolución

(1) AD ≅ DC y BE ≅ EC. Con esta información sí es posible concluir que los triángulos *ABC* y *DEC* son semejantes, ya que al ser estos segmentos congruentes entre sí, entonces *D* y *E* son puntos medios de los segmentos *AC* y *BC* respectivamente, es decir, es una mediana del triángulo *ABC*. Como la mediana es paralela a la base, los ángulos interiores de los triángulos *ABC* y *DEC* son congruentes entre sí, por lo tanto, los triángulos son semejantes.

(2) El segmento DE es paralelo a AB. Con esta información sí es posible concluir que los triángulos *ABC* y *DEC* son semejantes, ya que al ser segmentos paralelos los ángulos de las bases son congruentes entre sí.

La alternativa correcta es D.

55. En una urna hay bolitas de color rojo, azul y negro, todas de igual peso y tamaño. Se puede determinar la probabilidad de extraer al azar una bolita azul, si:

(1) La probabilidad de extraer una bolita de color rojo o negro es del 30%.

(2) En total hay 30 bolitas en la urna.

A) (1) por sí sola

B) (2) por sí sola

C) Ambas juntas, (1) y (2)

D) Cada una por sí sola, (1) o (2)

E) Se requiere información adicional

Estrategia de resolución

(1) La probabilidad de extraer una bolita de color rojo o negro es del 30%. Con esta información se puede determinar la probabilidad de extraer una bolita azul, ya que el 70% de las bolitas restantes son de color azul, por ende, la probabilidad de extraer una bolita azul de la urna es de $\frac{7}{10}$.

(2) En total hay 30 bolitas en la urna. Con esta información no se puede determinar la probabilidad de extraer al azar una bolita azul, ya que, si bien se conoce el total de bolitas dentro de la urna, no se tiene información suficiente para determinar cuántas hay de cada color.

Por lo tanto, la respuesta es (1) por sí sola

La alternativa correcta es A.